
EX
BIBLIOTHECA
MICHAELIS
CHASLES
ACAD. SCIENTIAR. SOCII

A M. Chasles
Membre de l'Institut
hommage respectueux
de l'auteur.

DISQUISITIONES ARCHAEOLOGICO-MATHEMATICAE CIRCA SOLARIA VETERUM.

DISSERTATIO

INAUGURALIS ASTRONOMICA

QUAM

AMPLISSIMI PHILOSOPHORUM ORDINIS

CONSENSU ATQUE AUCTORITATE

PRO

SUMMIS IN PHILOSOPHIA HONORIBUS

IN

UNIVERSITATE LITTERARIA BEROLINENSI

RITE ADIPISCENDIS

PUBLICE DEFENDET

DIE XIV. M. AUGUSTI A. MDCCCXLII.

H. L. Q. C.

AUCTOR

FRANCISCUS WOEPCKE

DESSAVIENSIS.

ADVERSARII ERUNT:

J. G. GALLE, phil. Dr., obs. reg. Berol. adj., aq. rub. III. cl. ord. leg. hon. eq.

G. FREYSCHMIDT, sem. philol. sen.

L. KYM, phil. Dr.

BEROLINI,

TYPIS B. SCHLESINGER.

Soli enim ex animantibus nos astrorum ortus, obitus, cursusque cognovimus; ab hominum genere finitus est dies, mensis, annus; defectiones solis et lunae cognitae praedictaeque in omne posterum tempus, quae, quantae, quando futurae sint. Quae contuens animus, accipit ad cognitionem deorum; ex qua oritur pietas; cui conjuncta justitia est, reliquaeque virtutes; e quibus vita beata exsistit, par et similis deorum; nulla re, nisi immortalitate, quae nihil ad bene vivendum pertinet, cedens coelestibus.

Cicero, de natura deorum.

SERENISSIMAE PRINCIPI AC DOMINAE

DOMINAE

FRIDERICAE

LUDOVICAE WILHELMINAE AMALIAE

REGIAE DOMUS BORUSSICAE PRINCIPI

REGNANTI DUCI ANHALTINI

CET. CET. CET.

LITTERARUM AMANTISSIMAE

HASCE STUDIORUM PRIMITIAS

D. D. D.

SERENISSIMAE CELSITUDINIS TUAE

DEVOTISSIMUS CULTOR

F. WOEPCKE.

I.

DE HORARUM ET SOLARIORUM APUD VETERES USU.

Antiquissimis temporibus ignota nimirum erat accuratior quaevis diei divisio. Dividebatur dies longa per aeva in tempus matutinum, tempus vespertinum atque tempus meridianum, medium nempe inter priora duo, neque ultra determinatum. Quae sane simpliciori vivendi generi sufficiebant. Excultior tamen vita, aucta negotiorum quotidianorum varietas exactiorem diei divisionem poscebant. Ita Romani brevi tempore post institutas leges duodecim tabularum diem in quatuor partes (pariter atque noctem in quatuor vigilias) divisisse videntur [1].

Nec diu, ubi semel diei dividendo operam dabant, homines fugere poterat, tempora diei cum locis coeli a sole occupatis variari, item ab iisdem varias umbrarum longitudines pendere. Sine dubio longe antequam horologia conficerentur notum erat, meridiem cum summa, quam sol per spatium diei in coelum obtinuit, ascensione congruere, et ubi determinandum erat certum quoddam tempus diei, determinabatur numero pedum, quem mensura umbrae corporis humani referebat; haecce determinandi temporis diei ratio etiam post inventas rationes horologicas in usu esse pergebat [2], emendata tamen atque ad horarum divisionem accommodata esse videtur [3]. Ejusmodi rationibus determinandi tempus diei, iisque minus adhuc accuratis adnumerandum est horologium Ahas, de quo multi varia interpretati sunt, quod vero mihi simpliciter satis umbra, quam projiciebat pinna palatii in gradus, per quos ad palatium ascendebatur, effectum fuisse videtur. [4])

---

[1]) Cf. Martini Abhandlung von den Sonnenuhren der Alten. Leipzig, 1777. pag. 8.

[2]) Martini, pag. 9 et 10. — van Beeck Calkoen dissertatio de horologiis veterum sciothericis. Amstelodami 1797. pag. 13 et 14, pag. 21. — Le pitture antiche d'Ercolano. Tomo III. prefazione, nota 18.

[3]) Invenimus apud Palladium de re rustica, in finibus singulorum librorum II - XIII ejusmodi tabulam pro mediis singulorum mensium diebus diversas senas umbrarum mensuras, singulis horis respondentes, pedibus expressas, referentem.

[4]) Ponamus illum parietem palatii, ad quem gradibus illis ascendebatur, septentrionem versus spectasse. Sit DD' (Fig. 1) pinna palatii sive intersectio parietis illius cum tecto hori-

Nec tamen divisio diei in duodecim horas, neque horologia sciotherica inveniri poterant, nisi postquam motus corporum coelestium magna cum constantia et assiduitate observari coepti eorumque periodi accurate notae erant.

Non mirandum itaque quod a Babyloniis, qui coeli observatione et siderum scientia antiquitus excellebant[5]), Graeci et duodecim horas et prima solaria acceperunt[6]). Hoc circa Ol. XXXV. factum essa videtur, quum Berosus Chaldaeus e patria in insulam Coum so contulit ibiquo astronomiam docuit[7]). Horae intelligendae sunt καιρικαί, quibus tempus inter ortum et occasum solis quoquo anni die in duodecim partes

zontali; per singula puncta lineae DD' radii solis ducendi sunt, qui cuncti efficient planitiem, cujus angulus inclinatorius I, quem efficit cum planitie tecti horizontalis, facile ita invenitur:

$$\operatorname{tg} I = \frac{po}{om} = \frac{po : oa}{om : oa} = \frac{\operatorname{tg}\ h}{\cos A}$$

, ubi lineae pm et om perpendiculares ad DD', po perpendicularis ad planitiem tecti, h altitudo et A azimutum solis, pa directio radii solis. Deinde e figura 2 patet $BC = BD \operatorname{cotg} I = BD \dfrac{\cos A}{\operatorname{tg}\ h}$. Pendet ergo numerus graduum N, quos longitudo BC amplectetur, ab angulis h, A sive $N = f\ (h, A) = \varphi\ (\tau,\ \delta)$ ubi τ angulus horarius, unde $\tau = \chi\ (N)$. Concludetur ergo angulus horarius h. e. tempus diei e numero graduum, quos umbra palatii amplectitur. Certum est, numerum horum graduum non minorem XX, et verisimile admodum, enai majorem etiam fuisse; cf. Regum lib. II. c. 20, 9—11.

5) cf. Plinii hist. nat. Lib. VII. c. 56.

6) Herodoti hist. L. II. 109. *Πόλον μὲν γὰρ, καὶ γνώμονα, καὶ τὰ δυώδεκα μέρεα τῆς ἡμέρης, παρὰ Βαβυλωνίων ἔμαθον οἱ Ἕλληνες.* — Bailly Histoire de l'Astronomie ancienne. L. V. §. 10. „Nous sommes portés à croire qu'elle (l'invention des cadrans) appartenait aux Caldéens, parce qu'elle ne se retrouve point chez les Indiens, ni chez les Chinois." L. VI. §. 17. „Les cadrons et les clepsidres paroissent d'une très grande antiquité en Egypte. Nous pensons que l' usage des cadrans y a précédé celui des clepsidres, soit que cet usage soit né dans le pays même, ou qu'il y ait été apporté d'Asie. Nous en jugeons par les déterminations du diamètre du soleil, qui furent faites en se servant de ces deux instrumens. Celle qui résulte des clepsidres est beaucoup plus exacte, que celle qu'on obtint par les cadrans. Cette mesure doit donc être postérieure, ainsi que l'invention ou l'usage de l'instrument." — cf. Weidleri Historia Astronomiae. Vitebergae 1741. IV. 13. — Per *γνώμονα* intelligendum est magnum perpendiculum, *ἡλιοτρόπιον* etiam vocatum, cujus umbra meridiana obliquitati ecliptices et altitudini poli, item diebus solstitiorum et aequinoctiorum determinandis inserviebat; cf. Martini pg. 71 sqq. Vitruv. de Arch. IX. 8. Plin. hist. nat. VI. 33. Deinde propter similitudinem rei stylus horologiorum sciothericorum *γνώμων* dictus est, neque vero gnomonis instrumentum cum horologiis solariis confundendum. Gnomonis notitia prior usu horologiorum sciothericorum; inveniuntur v. c. gnomones apud Indos et Sinenses, neque vero horologia sciotherica, cf. Bailly. H. de l' A. a. L. IV. §. 16. §. 27. Utriusque instrumenti usus invenitur apud Aegyptios et Babylonios, cf. ibid. L. V. §. 10 et L. VI. §. 17. Clepsydrarum usus Indis, Sinensibus, Aegyptiis, Babyloniis communis, cf. ibid. L. V. §. 10.

7) De Beroso astronomo, eoque distinguendo a Beroso historiarum scriptore optime exposuit Martini pg. 40 sqq.

aequales dividebatur[8]). Qua de re infra etiam dissereter. Constat, Christi temporibus hanc divisionem diei, pro variis anni temporibus inaequalem, apud omnes populos imperio Romanorum tunc subjectos communi in consuetudine fuisse.

Graeci, quippe quorum tot praeclari floruerunt et astronomi, et geometrae, gnomonicen egregie excoluerunt diversissimasque solariorum formas invenerunt[9]). Quarum etiam nonnulla monumenta, saeculorum injuriis erepta, ad recentiora usque tempora servata sunt; eorum suo loco prolixior fiet mentio.

Perfectam ita et excultam solariorum scientiam Graeci Romanis tradiderunt. Neque ante a. 461 u. c. hoc factum est. De principiis horarum et solariorum, quae fuerunt apud Romanos, haec nobis **Plinius** prodidit: „Tertius consensus[10]) fuit in horarum observatione. — — Serius etiam hoc Romae contigit. Duodecim tabulis ortus tantum et occasus nominantur[11]): post aliquot annos adjectus est et meridies accenso Consulum id pronuntiante, quum a Curia inter Rostra et Graecostasin prospexisset Solem. A columna Maenia ad carcerem inclinato sidere supremam pronuntiabat. Sed hoc serenis tantum diebus usque ad primum Punicum bellum. Princeps Romanis solarium horologium statuisse ante undecim annos, quam cum Pyrrho bellatum est, ad aedem Quirini, L. Papirius Cursor, quum eam dedicaret, a patre suo votam, a Fabio Vestale proditur. Sed neque facti horologii rationem, vel artificem significat, nec unde translatum sit, aut apud quem scriptum id invenerit. M. **Varro** primum statutum in publico secundum Rostra in columna tradit, bello Punico primo a M. Valerio Messalla Consule, Catina capta in Sicilia: deportatum inde post XXX annos, quam de Papiriano horologio traditur, anno Urbis CCCCLXXXXI. nec congruebant

[8]) De horis cf. **van Beeck** pg. 23-30. — **Martini** pg. 11-20. — **Delambre** Histoire de l'Astronomie ancienne Tome II. pg. 511. — **Bailly** Hist. de l' Astronomie moderne Tom. I. L. II. §. 9. — **Le pitture antiche d'Ercol.**, T. III. pref., nota 14. — **Francesca Peter** di un antico orologio recentemente trovato. Roma 1815. pg. 11-16. — **Laurentii** tractationis cap. II. in vol. IX. thesauri Gronoviani Graecarum antiquitatum. — De divisione diei in sexaginta horas usitata apud Indos et omnes fere antiquos Asiae populos cf. **Bailly** H. de l' A. a. L. IV. §. 14. L. V. §. 10. — De ratione diem incipiendi varia apud varios populos cf. **Plin.** hist. nat. lib. II. c. 77. **Caesar** de b. G. L. VI. c. 18. **Censorinus** de die nat. c. 23. — cf. **Peter** di un ant. orol. pg. 11.

[9]) Invenio apud **van Beeck** pg. 46: „Primum solarium, cujus apud Graecos mentio invenitur, Athenis erat in Pnyxi erectum circa annum 434 a. C. n.“ quibuscum pugnare videtur testimonium **Plinii** hist. nat. L. II. c. 76 claris verbis ita expressum: „Umbrarum hanc rationem, et quam vocant gnomonicen, invenit Anaximenes Milesius, Anaximandri (de quo diximus) discipulus: primusque horologium, quod appellant sciothericon Lacedaemone ostendit.“ Anaximenes vero saeculo circiter ante illud tempus vixit. Cf. **Martini** pg. 82.

[10]) sc. gentium.

[11]) cf. **Martini** pg. 7. 8.

ad horas ejus lineae: paruerunt tamen eis annis undecentum, donec Q. **Marcius Philippus**, qui cum L. **Paulo** fuit Censor, diligentius ordinatum juxta posuit: idque munus inter Censoria opera gratissime acceptum est. Etiam tum tamen nubilo incertae fuere horae usque ad proximum lustrum. Tunc Scipio Nasica, collega Laenatis, primus aqua divisit horas neque noctium ac dierum. Idque horologium sub tecto dicavit anno Urbis DXCV. Tamdiu populo Romano indiscreta lux fuit[12]."

De temporibus haec sequentibus ita **van Beeck**:

„Ab illo tempore accuratior diei determinatio Romanis innotuit, et, cum artes et scientiae apud eos jam florere inciperent, procul dubio brevi Graecorum aliorumque inventa ipsi suo ingenio elaborare et amplificare studuerunt, varia enim solariorum genera, quae apud Romanos fuisse ex Vitruvio discimus, circa haec tempora vel cognita vel inventa fuerunt[13]. Romani, saltem nobiliores, utilitatem solariorum experti, illa quoque in villis suis collocarunt, in quibus quippe ab urbe remotis, solaria publica inspicere non poterant. Neque ingenio aut labore pepercerunt, ut priorem et simpliciorem formam eorum emendarent eamque redderent elegantiorem; interim non magnum solariorum his temporibus numerum fuisse, vel inde patet, quod cives Romani aliquem collocabant, qui ex solario publico horam annunciaret, vel etiam servum hoc solo nomine alebant. Quamvis itaque solaria Romanis cognita ab iisque adhibita essent, illa tamen facili negotio exstructa non fuisse, certum mihi videtur. Rure et in pagis verisimile est nulla adhibita fuisse solaria, rustici umbram corporis ex antiqua consuetudine metiebantur, quam ex tabula Palladii 400 annis p. C. n. nondum obsoletam fuisse colligitur[14]."

---

[12]) **Plin.** Hist. nat. L. VII. c. 60, quibuscum congruit **Censorin.** de die nat. c. 23.

[13]) Contra haec monendum est, nullum eorum inventorum, quorum nomina commemorat Vitruvius, quantum quidem scimus, fuisse Romanum; cf. **Bailly** Hist. de l' Astr. mod. Tom. I. L. II. §. 17. Characteres praeterea Graeci, qui conspiciuntur in nonnullis monumentis horologicis in Italia effossis (cf. **Peter** diss. laudatae pg. 4 et 10) demonstrare mihi videntur, hujus generis opera a Graecis opificibus, licet in Italia habitarent, ex parte quidem esse profecta.

[14]) **van Beeck** pg. 49. cf. **Martini** pg. 111 - 124. — In universum ea, quae hoc capite tractata sunt, breviter etiam exposita inveniuntur apud **Cancellieri** le due nuove campane di Campidaglio. Roma 1806. pg. 58 sqq., in **Poleni** supplementis Thesauri Gronoviani Vol. I. pg. 391 - 395 (cfd. etiam Voll. II. 1062, III. 751, IV. 543) item in libro: „**Mémoires de l'Académie des Inscriptions** Tome XX. pg. 445 - 448; uberrime vero doctissimeque apud **Salmasium** in Exercitationibus Plinianis in Solinum. Trajecti ad Rhenum 1689. Tom. I. pg. 445 sqq. De Salmasio tamen unum praemonendum esse videtur: scilicet persuasit sibi vir doctissimus horologiorum iǹ Graecia inventionem non longo tempore praecessisse aetatem Alexandri Magni; qua opinione praeoccupatus, quaecunque affert, ita componit, immo contorquet, ut illi probandae inserviant, veterumque scriptorum de contraria consensum interpretatione et emendationibus nonnunquam arbitrariis infirmare et evertere studet. Caeterum omnium dignissima lectu de horis, de heliotropio, de horologiis

II.

DE GENERIBUS ET FORMIS ANTIQUORUM SOLARIORUM, ITEM DE ANALEMMATE.

Harum formarum et generum enumerationem pretiosissimam invenimus apud Vitruvium[15], quam secuturus explicaturusque simul monumenta horologica antiqua, quae singulorum generum extant, quantorum quidem notitiam comparare potui, commemorabo. Incipit eam enumerationem Vitruvius his verbis:

„Hemicyclium excavatum e quadrato ad enclimaque succisum Berosus Chaldaeus dicitur invenisse."

Simplicissima erat horologii hujusce ratio. Excavabatur e lapide quadrato hemisphaerium, itaque collocabatur, ut planities ea lapidis, e qua erat excavatum, horizonti fieret parallela. Tunc in puncto septentrionali circuli, quem efficiebat intersectio hemisphaerii cum planitie horizontali, affigebatur stylus horizontalis, radio hemisphaerii longitudine par, ita ut apex styli illius in ipso hemisphaerii centro esset collocatus. Jam patet apicis illius umbram in superficie hemisphaerii easdem prorsus descripsisse orbitas, quas sol in coelo. Hanc ob causam curvae diurnae horologii circuli erant sibi invicem et aequatori paralleli, singulaque horum circulorum plana cum planitie horizontali eundem omnes efficiebant angulum, quippe aequalem elevationi aequatoris. Patet etiam umbram non percurrisse nisi zonam quandam hemisphaerii, inclusam duobus circulis tropico capricorni et tropico cancri respondentibus, quorum circulorum prior ille, hiemalis, tropico capricorni respondens, minus 180 graduum amplectens pedi styli erat propior, alter vero tropico cancri respondens, aestivus, plus 180° amplectens, a pede styli omnium remotissimus. Pars hemisphaerii ultra hanc orbitam aestivam reliqua, quum ad monstrandas horas nullius esset usus, succidebatur, ita ut planities orbitae aestivae horologium et lapidem terminaret; haec autem planities cum planitie horizontali includebat complementum altitudinis poli, ut modo demonstratum est; si vero lapidem quadratum e quo horologium erat excavandum, integrum animo fingimus, pars illa lapidis intercipienda BB'C (cf. Fig. 3) ipsam altitudinem poli φ

pg. 445 - 463, item de heliotropio pg. 519, b - 522, a. proponit, insigni nixus veterum scriptorum notitia; neque inveni apud eos, qui post Salmasium eandem rem tractaverunt ullum fere ex antiquitate de ea testimonium, quin e Salmasio ut ex eruditionis fodina hausisse videantur.

[15]) de Arch. Lib. IX. c. 9.

referebat. Quam ob rem horologium a Vitruvio dicitur ad enclima fuisse succisum, nam verbum ἔγκλιμα sive κλίμα de inclinatione coeli h. e. de latitudine geographica intelligendum est. Lineae horariae instrumenti, ut ad indicandas horas inaequales essent idoneae, ita describebantur, ut orbita solstitii aestivi, orbita solstitii hiberni, item orbita aequinoctialis singulae in duodecim partes aequales dividerentur, punctaque divisionum eidem horae correspondentia lineis transversalibus inter se conjungerentur. Hae lineae transversales, lineae proprie sunt duplicis curvaturae[16] neque vero a veteribus opificibus ad

[16] Quum aequationes harum linearum nusquam huc usque datas invenerim, hic eas evolvere a re non alienum putavi. Sint tria plana coordinatarum rectangularium: planum aequatori parallelum (x, y), planum meridiani (x, z) et planum ad priora duo perpendiculare (y, z), omnia per centrum hemisphaerii horologici collocata. Perpendenti, in superficie horologii omnia plane eodem modo se habere, ac in hemisphaerio coelesti, quod est supra horizontem, facile patebunt rationes sequentes:

$$\tau = \frac{n}{6} \text{ arc cos } (-\text{ tg } \delta \text{ tg } \varphi)$$

ubi $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$; φ altitudo poli; τ, δ coordinatae polares

$$x = R \cos \delta \cos \left\{ \frac{n}{6} \text{ arc cos } (-\text{ tg } \delta \text{ tg } \varphi) \right\}$$

$$y = R \cos \delta \sin \left\{ \frac{n}{6} \text{ arc cos } (-\text{ tg } \delta \text{ tg } \varphi) \right\}$$

$$z = R \sin \delta$$

ubi R radius hemisphaerii horologici, unde colliguntur:

$$1) \quad \frac{x}{y} = \text{cotg} \left\{ \frac{n}{6} \text{ arc cos } \left(-\text{ tg} \left\{ \text{arc sin } \frac{z}{R} \right\} \text{ tg } \varphi \right) \right\}$$

$$2) \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

quippe aequationes duae lineam duplicis curvaturae determinantes.

Quum in superioribus aequationibus δ sit coordinata polaris, eaque universaliter sumpta a $+90^\circ$ ad -90° variabilis, notandum est, ne aequationes illae illusoriae fiant, quum angulus τ obtineatur ex aequatione $\cos\left(\frac{6\tau}{n}\right) = -\text{ tg } \delta \text{ tg} \varphi$, angulum δ satisfacere debere conditioni

$$(90 - \varphi) > \delta > -(90 - \varphi)$$

et rursus, quum angulus δ de facto respondeat declinationi solis, esse debere

$$\varphi < 90 - \varepsilon$$

ubi ε obliquitas ecliptices, h. e. ejusmodi horologia describi non posse pro locis trans orbitas polares sitis. Patet praeterea pro $\delta = -(90 - \varphi)$ has duodecim curvas unum in punctum, nempe pedem styli P (Fig. 4) concurrere, quum sit

$$\frac{0}{6} . 0 = \frac{1}{6} . 0 = \frac{2}{6} . 0 = . \quad . \quad . \quad . = \frac{6}{6} \; 0.$$

contra pro $\delta = +90 - \varphi$ duodecim puncta intersectionum cum curvis horariis per totam peripheriam circuli paralleli M N aequaliter esse distributa.

expressionem mathematicam elaboratae fuisse videntur. Has lineas transversales tangens umbra apicis styli horas indicabat.

Itaque describebantur in horologii superficie duodecim lineae horariae, eaeque etiam usque ad pedem styli solebant produci, quamquam intra eam tantum zonam, quam dixi, horas monstrare poterant: et praeterea tres orbitae, aequatori et duobus tropicis respondentes, e quibus quidem orbita aestiva ipsa lapidis interceptione formabatur. Exstat etiam monumentum quoddam horologicum hujus generis[17], in quo orbita hiberna non est descripta. Respondebant horologia ita composita fini ipsis proposito, quem Vitruvius his verbis prodit[18]: „multae varietates et genera horologiorum describentur rationibus his artificiosis. Omnium autem figurarum descriptionumque earum effectus unus, uti dies aequinoctialis brumalisque, item solstitialis in duodecim partes aequaliter sit divisus."

Berosus Chaldaeus teste Vitruvio horologium hocce invenisse dicitur. Sed veri similius est, simplicissimum hoc genus solariorum jam diu ante Berosum apud Babylonios in usu fuisse et Berosum a Graecis tantum inventorem ejus esse traditum, quoniam primus fuerit, qui ejus notitiam cum ipsis communicaverit. Est enim hemicyclium hoc Berosi idem ille πόλος[19], quem Graeci, Herodoto teste, a Babyloniis acceperunt[20]. Anaximenes usum hujus solarii ex Asia minori Lacedaemonem transtulisse videtur (Anaximander contra, aliquo tempore ante, gnomonem, ab horologiis sciothericis, uti supra dictum est, distinguendum)[21].

Iam enumerabo monumenta horologica, quae hujus generis extant, antiqua, quantorum quidem notitiam conquirere potui[22]. Praecipui hac de re loci[23] ipsa verba afferam: „Il primo Oriuolo di tal costruzione trovato nello scavo di una Villa

---

[17]) cf. notam 27.

[18]) de Arch. L. IX. c. 8.

[19]) Martini pg. 20. nota 47. — van Beeck pg. 43 et nota 37.

[20]) Bailly H. de l'A. a. pg. 386 inf. Weidleri Hist. Astr. III, 11 et 12. Contra disputat Salmasius locis supra laudatis (cf. imprimis pg. 463, a, C.) qui polum idem ac heliotropium fuisse opinatur, neque vero quae vult probare videtur, quum rationibus nimis artificiosis opinionem suam firmare studeat.

[21]) Omnibus, quae hac de re scripta reperi, diligenter perpensis, hoc mihi concludendum videtur: cf. Martini pg. 72 - 82. van Beeck pg. 33 et 39. Bailly H. de l'A. a. L. VII. §. 13. Eclairciss. L. VI. §. 29. Weidler V. 9.

[22]) cf. Martini pg. 49 - 60. van Beeck pg. 53 - 57. Delambre H. de l'A. a. T. II. pg. 512. Martini Sylloge monumentorum antiquorum. Lipsiae 1783. pg. 96.

[23]) Le pitture antiche d' Ercolano T. III. pg. 337. nota 131.

antica sul monte Tusculano †) nel circuito della Ruffinella de' PP. Gesuiti, come si è anche accennato nella Prefazione, fu pubblicato nel 1746 con una dotta dissertazione dal P. Zuzzeri; e nel Giornale de' Letterati pel detto anno 1746 nell' Art. XIV. dal P. Boscovich. Pochi anni dopo ne comparvero in Roma due altri; uno trovato in Castelnuovo, nel Patrimonio di S. Pietro e da Benedetto XIV. di sempre gloriosa ricordanza, fatto collocare nel Campidoglio nel 1751 con una iscrizzione, che ben dimostra il preggio, in cui lo tenea. L'altro è in Casa Lucatelli, trovato in Rignano, non molto lungi dal mentovato luogo di Castelnuovo, nel 1755. Anche il Signor Le Roy nel libro intitolato „Les ruines des plus beaux monuments de la Grèce" p. 15. n. 8. fa menzione d'un somigliante Orologio Emiciclio di marmo, che dice vedersi nella falda meridionale della Rocca o sia Cittadella d' Atene" [24]). Quintum solarium antiquum ejusdem formae circa idem tempus in agro Romano detectum est. Sextum Romae anno 1762 inventum et a Franc. Jacquier explicatione, quae mathematicas etiam ejus rationes illustravit, donatum [25]). Septimum ††) anno 1762 e ruinis Pompejanis effossum et a sociis academiae Herculanensis descriptum est [26]). Hocce pariter ac illud, a Jacquierio descriptum, e marmore sculptum est, contra priora tria Tusculi et prope Romam inventa e simplice lapide Travertino. Differt praeterea horologium Pompejanum a caeteris ea re, quod altitudinem poli 29° 18′ refert [27]), caetera vero horologia in terris Papae imperio subjectis reperta, eandem circiter omnia altitudinem poli 42°, quae Romae respondet, exhibent.

†) Tabula delineationum I. exhibet hujus monumenti imaginem, quam exscripsi e dissertatione astronomi van Beeck saepius laudata, quum nec dissertationem viri doctissimi Zuzzeri, neque Ephemerides a P. Boscovich editas ipsas comparare mihi potuerim.

††) Conferenda tabula delineationum II.

[24]) cf. Stuart Antiquities of Athens. Vol. II. chap. 4.

[25]) Epistola, quam dedit de hoc monumento ad P. D. Mauro Sarti, descripta est in libro, qui inscriptus est: Antiquorum monimentorum Sylloge, G. H. Martini. Lipsiae 1783. pg. 93 - 110.

[26]) Le pitt. ant. d' Ercolano. T. III. pg. 337 - 339.

[27]) Haec res, quum solarium ita constructum in Italia horas monstrare non posset, explicationem poscere jam sociis Academiae Herculanensis visa est, quorum sententia haec est: „risulta l' angolo di 29° 18′ altezza del polo dell' Orologio. Ed essendo questa poco minore di quella, che Tolomeo (Geogr. IV. 5) assegna a Menfi, per cui la determina di 29° 50′, sembra assai verisimile, che questo marmo sia stato lavorato pel polo di quella illustre Regia di Egitto, e di là trasportato in queste parti. Se pur non voglia dirsi, che sia stato ricopiato, e fatto su qualche originale, che a quella Città apparteneva" Tomo III. pg. 338 et 339; et in notis 135 et 136, pg. 338 et 339 legitur: „Si è nominata Menfi come la più famosa e nota tralle altre, che mette Tolomeo presso quel parallelo. Anche Eliopoli un tempo celebre per gli studii di Astro-

Octavum Franc. Peter[28]) his verbis commemorat: „non debbo fra questi ommettere uno ritrovato non sono molti anni negli scavi della Villa Palombara, avendo oltre alle altre particholarità, che lo distiguono, fra le linee orarie i nomi de' mesi romani con elementi greci, e nel mezzo il manaco con i nomi dei segni del zodiaco

nomia, di cui si veda Strabone XVII. p. 807. potrebbe aver qui luogo. — È noto, che i Romani quanto trovavano nelle Provincie di lor piacere, particolarmente di statue, di pitture, di vase, o di altre rarità, tutto trasportavano in Roma per arrichirne, o i pubblici, o i privati edificii. Gli esempii sono moltissimi in Plinio, in Plutarco, in Cicerone e in altri.“ Quam conjecturam van Boeck (pg. 57) scite satis impugnat: „Est quidem hujus rei exemplum, cum solarium e Sicilia deportaverit Valerius; at praeterquam, quod Catana longe propius ab urbe Roma, quam Memphi aberat, Romanis illius aetatis solarium res nova et peregrina erat, contra vero tempore, quo Romanos inter et Aegyptios commercium intercedebat, atque adeo hoc horologium Romam transportatum dicatur, Solaria Romanis abunde cognita erant“ — nec tamen van Beeck meliore explicatione difficultatem solvere conatur. Simili modo Jacquierius sibi persuadere non potest Romanos, qui provinciarum spoliis elegantioribusque monimentis ditescere consueverant, marmoreum pondus, ipsis omnino inutile, e medio Aegypto exportasse. — Ipso vero Jacquierii opinionem persuadere mihi non possum, qui totam rem imperitia artificis cujusdam explicare studet. Primo loco, quod attinet ad morem illum Romanorum, de quo dictum est, legimus quidem apud Plinium L. XXXVII c. 2. etiam seriori tempore Cn. Pompejum Magnum in triumpho, quem de piratis egit, transtulisse horologium, sed hoc nec simplex erat horologium, neque e simplice marmore confectum, sed „Museum ex margaritis, in cujus fastigio horologium erat.“ Caeterum probabiliore rem explicare posse mihi videor conjectura sequente: solarium non ex Aegypto in Italiam esse translatum, sed potius in Italia fabricatum esse, ut in Aegyptum deportaretur, interveniente autem eruptione Vesuvii esse obrutum. Constat enim illo tempore quotannis nobilissimorum Romanorum magnum numerum ex Italia in provincias abiisse, ut muneribus publicis ibi fungerentur, nec dubium est illos quam splendidissime domos suas instruxisse. Accedit, quod hoc solarium, sociis academiae Herculanensis testibus, e marmore confectum est, unde concludi potest idem non esse originis Aegyptiacae. Qua de re ut certior etiam fiam, adii Professorem Lepsius, virum clarissimum, optimum nimirum gravissimumque de rebus Aegyptiacis auctorem, qui affirmavit mihi, ex antiquioribus quidem nulla omnino esse monumenta Aegyptiaca marmorea, de iis vero, quae serioris aetatis monumenta marmorea inveniantur, incertum esse an e Graecia in Aegyptum aut ipsa, aut marmor quidem, e quo sculpebantur, translata sint. Neque ullarum marmoris fodinarum in Aegypto recentiori tempore vel vestigia inveniri potuisse. Inveniri tamen monumenta Aegyptiaca ex alabastro flavo, aliaquo e nobiliori quodam genere lapidis calcarii confecta et utrumque lapidem marmori quodammodo similem esse. — Tamen socios academiae Herculanensis, viros doctissimos, in dijudicanda lapidis natura errasse haud probabile videtur, confirmaturque conjectura hoc solarium in Italia sculpi esse jussum, ut in Aegyptum, horas ibi monstraturum deportaretur. Forsitan eam ipsam ob causam deest orbita hiemalis, quoniam intervenit illa calamitas ante finitam horologii sculpturam. Optime quidem docuit Delambre H. de l'A. a. T. II. pg. 512 propterea, quod desit in hoc horologio orbita hiberna, non concludendum esse idem antiquiorem hemicyclii Berosiani formam exhibere.

[28]) Cf. dissert. laudatae pg. 4.

pure in greco, e questo venne allora spiegato con molta erudizione dal Signor Stefano Piale." Aliud exemplum hemicyclii Berosiani A. Rode delineavit in tabulis, quas editioni suae Vitruvii adjunxit, quod in Anglia apud comitem of Besborough at Roehampton asservatum esse tradit. Denique delineationem inveni hujusmodi solarii in tabula, quae opposita est fronti voluminis VII. libri: „Museo Borbonico", de qua haecce in explicatione dicta sunt: „L'importantissimo urivolo a sole Pompejano frammentato nel luogo dello Gnomone e posto in cima di questa tavola, essendo di genere di quelli inventati da Beroso Caldeo, formerà oggetto di nostre separate descrizioni, nelle quali ci proponiamo di riunire i diversi e preziosi orologj solari, che nel Real Museo si conservano[29])." Tamen separatas illas descriptiones invenire nusquam potui. Inveni denique enumerationem compluriun monumentorum antiquorum horologicorum apud Cancellieri loco laudato, quorum nonnulla hemicyclia Berosiana esse videntur. Hanc tamen enumerationem ulterius hic respicere propterea non possum, quoniam accuratior quaevis singulorum monumentorum descriptio ibi prorsus deest.

Pergit Vitruvius:

„Scaphen sive hemisphaerium Aristarchus Samius."

Legitur apud Marcianum Capellam[30]): „Quippe scaphia dicuntur rotunda ex aere vasa, quae horarum ductus styli in medio fundi sui proceritate discriminant, qui stylus gnomon appellatur, cujus umbrae prolixitas, aequinoctio centri sui extimatione dimensa vigies quater complicata circuli duplicis modum reddit." Locus hic a Weidlero et Salmasio citatus, neque vero usquam explicatus interpretationem desiderare mihi visus est. „Extimatione" idem est quod aestimatione. Per „centrum" intelligendus est apex styli sive gnomonis[31]). Centri aestimatio est distantia centri a fundo, radio hemisphaerii aequalis. Styli umbra aequinoctialis, quippe meridiana, in fundum sphaericum projecta aequalis erit altitudini poli φ si quidem, quod simplicissimum est, stylum perpendicularem (quod etiam verbo „proceritate" quodammodo implicari videtur) et radio hemisphaerii aequalem esse ponimus. (cf. Fig. 5.) Haec umbra centri sui sive radii aestimatione dimensa, h. e. ad radii sui modulum tanquam chordarclata, vicies quater ferri poterit per peripheriam circuli, cujus radius est duplum radii hemisphaerii[32]), sive ut mathematica ratione haec exprimam, si L prolixitas umbrae, r radius hemisphaerii,

[29]) Museo Borbonico, Vol. VII. frontespizio.

[30]) Lib. VI. Ed. Hug. Grotii Lugduni Bat. 1599. pg. 194.

[31]) Cf. Vitr. de Arch. IX. 8.

[32]) Neque vero intelligendum est, angulum φ, huic umbrae congruentem, vigesimam quartam esse partem duplicis peripheriae, nam si hoc exprimere voluisset, nimirum dixisset Capella: cujus umbrae prolixitas duodecies complicata circuli modum reddit.

$$\frac{L}{2} : r = \sin \frac{\varphi}{2} \quad , \quad \frac{L}{2} : 2\,r = \sin \frac{1}{2} \left\{ \frac{360^{\circ}}{24} \right\}$$

$$\text{unde } \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \sin \frac{15^{\circ}}{2}, \quad \text{sive } \varphi = 30^{\circ}\ 15'\ 55''$$

Sive malueris per umbrae prolixitatem centri sui aestimatione dimensam intelligere sinum ejusdem anguli, habebuntur rationes sequentes:

$$\frac{L}{r} = \sin \varphi \quad , \quad \frac{L}{2} : 2\,r = \sin \frac{1}{2} \left\{ \frac{360}{24} \right\}$$

$$\text{unde } \varphi = 31^{\circ}\ 28'\ 26''$$

prior tamen interpretatio praeferenda esse mihi videtur.

Loquitur autem Marcianus Capella illo loco de terrae ambitu ab Eratosthene gnomonica supputatione, cognito stadiorum numero a Syene ad Meroën, dimenso; et florebat quidem Eratosthenes Alexandriae[33]), simplicissima itaque est conjectura Capellam, quum afferret rationem illem umbrae, subintellexisse altitudinem poli, quae est Alexandriae[34]). Ibidem vero Capella clima Alexandrinum ita determinat: „Alexandriae longissimus dies quatuordecim horas aequinoctiales secat.“ Unde, quum tempori, quo vixit Capella, quippe saeculo quinto p. C. n., respondeat obliquitas ecliptices $\varepsilon = 23^{\circ}\ 39'$ colligimus

$$\cos\,(15.\,7)^{\circ} = -\,\text{tg}\,(23^{\circ}\ 39').\ \text{tg}\ \varphi$$

$$\text{sive } \varphi = 30^{\circ}\ 35'\ 2'',$$

quod satis accurate congruit cum mensura ejusdem anguli supra computata, demonstrat enim haec ipsa determinatio climatis Alexandrini summem subtilitatem a Marciano Capella non fuisse quaesitam. Accuratior e Vitruvii praeceptis gnomonicis[35]) colligitur altitudo poli quae est Alexandriae haecce:

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{3}{5} = 0{,}6 \quad , \quad \varphi = 30^{\circ}\ 57'\ 50'' \ \text{sive}\ 30^{\circ}\ 58'$$

quacum congruit Ptolemaeus in Geographia et in Syntaxi[36]).

---

[33]) cf. Weidler VI. 7. Bailly H. de l'A. mod. Tom. I. L. I. §. 23 - §. 27.

[34]) Id ea quoque re probabilius fit, quod Alexandria metropolis quasi erat literarum, imprimis vero astronomiae, illo etiam tempore, quo vixit Capella; quod praeterea opera Ptolomaei, cujus summa erat auctoritas, altitudinem poli, quae est Alexandriae, tanquam elementum astronomicum fundamentale, ubique necessarie occurrens, offerebant.

[35]) de Arch. IX. 8.

[36]) cf. Delambre H. de l'A. a. T. II. pg. 533.

Disquisitio haec lucem novam rei afferre videtur; tum enim confirmat id, quod e Vitruvii verbis „scaphe sive hemisphaerium“ colligitur, formam harum scapharum fuisse sphaericam, tum docet, hemisphaerii marginem horizonti parallelum, stylum vero verticalem, radioque hemisphaerii aequalem in medio fundi affixum fuisse, eaque re differre scaphia ab hemicyclio Berosi; quae sane diversitas non magna est, neque tangit descriptionem orbitarum diurnarum et horariarum[37]).

Videntur etiam fabricata fuisse hemisphaeria, quorum maximus circulus verticaliter erat positus. Qua de re efferam locum dissertationis laudatae Francisci Peter[38]): „La scafe o sia l'Emisferio lo rovviso in quello[39]) riportato dal Simonni illustrazione degli Epitaffi e Med. Ant. pag. 80. ma dal vedersi in esso alcuni numeri[40]) Arabici è sospetta la sua antichità; quello però pubblicato del Signor Carlo Antonini nel Tomo II. dei Candelabri antichi (senza alcuna illustrazione) certamente è antico ed è segnato in un emisferio scavato. Curioso finalmente è quello portato dal Boissardo, e dal Grutero, ma con più esattezza dal nomato Simonni loc. cit. pg. 46. esso era sù di un Calenderio antico nel Palazzo Valle, ora più non si sà dove sia, questo in mezzo è di forma cilindrica scavata, e nei lati ha due altri quadranti verticali, ma tutti e tre senza tropici, e senza equatore.“

Reliquum est, ut de inventore dicam. Vixit Aristarchus Samius[41]) circa annum a. C. n. 260, astronomus clarissimus, methodumque distantiae solis per lunae distantiam et dichotomiam determinandae, illo tempore ingeniosissimam, invenit.

Pergit Vitruvius:

„idem etiam discum in planitia.“

Pretiosissimum hujus formae monumentum effossum est in vinea Casini prope Romam, descriptumque a Francisco Peter 1815 docta dissertatione saepius laudata, mathematice etiam explicatum a Giuseppe Settele duabus epistolis ad Franc. Peter datis, dissertationi illi annexis.

Est hoc solarium †) descriptum in lamina marmoris Pentelici circumscriptumque zona circulari, in qua leguntur nomina ventorum, Graecis elementis expressa, quae in-

[37]) Delambre H. de l'A. a. T. II. pg. 516 dicit adeo de hoc solario: „Ce ne peut être que l'hémisphère de Bérose.“ et Bailly H. de l'A. mod. T. I. L. II. §. 18: „Nous ignorons, en quoi le scaphé ou l'hémisphère d'Aristarque différait de l'hémicycle de Bérose.“ Hallucinatur de hac re Martini pg. 99 et 100.

[38]) pg. 5, nota 2.

[39]) cf. Martini pg. 99, qui affert etiam picturam Winckelmanni simile horologium hemisphaericum, verticaliter positum, repraesentantem.

[40]) cf. van Beeck pg. 62 et 63. Martini pg. 61 - 63.

[41]) cf. Weidler VI. 4. Bailly H. de l'A. mod. Tom. I. L. I. §. 13 - §. 20.

†) Imago ejus exscripta conspicitur in tabula III.

serviebant horologio secundum plagas coeli apte constituendo[42]). Quam ob causam assentiendum esse censeo opinioni a Settele in epistola priori ad Franc. Peter his verbis prolata: „l'orologio solare che Voi illustrate, con ragione credete, chi possa appartenere al Disco nel Piano da Vitruvio attribuito ad Aristarco Samio: poichè desso è appunto una superficie piana circolare, sulla quale sono segnate le linee orarie."

Satis etiam superque notae rationes mathematicae ad solaria in plano horizontali describenda pertinentes. Notandum tantum est, haec etiam, sicuti teste Vitruvio omnie omnino soleria antiqua horas temporales sive inaequales monstrasse[43]); quod in hocce monumento confirmat disquisitio mathematica a Settele instituta, qui etiam probat horologium, de quo agit, descriptum fuisse pro altitudine poli 42°, quae Romae convenit.

Pergit Vitruvius:

„Arachnen Eudoxus astrologus, nonnulli dicunt Apollonium."

Nihil certi de hujus solerii forma et fabrica constat, desunt enim monumenta antiqua. Placet conjectura a van Beeck prolata, descriptum fuisse in utroque latere laminae planae aequatori parallelae, in eaque umbram apicis styli percurrisse curvas diurnas circulares, quarum (si stylum ad planum horologii perpendicularem ejusque longitudinem L fuisse ponimus) centrum pes styli et quorum radius $= L \cot g\ \delta$, ubi δ declinatio solis; amplectebantur porro circuli hi diurni inter ortum et occasum partem peripheriae $= 2$ arc. cos $(-\ \mathrm{tg}\ \delta\ \mathrm{tg}\ \varphi)$, quo angulo in duodecim partes aequales diviso, notate erant puncta singulas horas temporales discriminantia. Nomen vero araneae accepisse videtur horologium a radiis ad singula illa puncta circulorum diurnorum ex ipsorum centro ductis, quippe qui loco essent linearum horariarum; hae tamen, si pro horis antiquis accuratius essent describendae, erunt intersectiones superficierum conicarum, quarum directrices curvae duplicis curvaturae, de quibus supra egi, quorumque vertex apex styli, cum plano aequatori parallelo. Addit van Beeck: „inde forsan derivanda est mentio, quam faciunt auctores antiqui de solariis aestivis, quale illud, quod erat *ἐν Πυκνί* Athenis, et de hibernis[44])."

Eudoxus Cnidius, Pythagoreus, Platonis amicus, astronomiae princeps vixit

---

42) Inde jam concludere licet, planum horologii olim horizontaliter fuisse constitutum.

43) cf. quae dicta sunt infra de pelecino et notam 65.

44) van Beeck pg. 67. cf. tamen Salmasium pg. 447. b, F. 450, a, D. 520, a, B. b, G. Conferenda etiam conjectura, quam commemorat Delambre H. de l'A. a. T. II. pg. 517 quae tamen mihi quidem veri dissimilior videtur, praesertim, quando respicimus effectum, quem Vitruvius loco laudato omnium solariorum fuisse tradit.

circa annum a. C. n. 370[45]. — Apollonius Pergaeus, e praecipuis Graeciae geometris, sectionum conicarum explorator, methodi epicyclicae in astronomio inventor, Alexandriae vixit circa annum 240 a. C. n.[46]).

Pergit Vitruvius:

„Plinthium sive lacunar (quod etiam in circo Flaminio est positum) Scopinas Syracusius."

Desunt hujus etiam generis antiqua monumenta. Scopinas inventor idem esse videtur, quem Vitruvius[47]) iis adnumerat, qui „pluribus telis disciplinarum armati" excelluerunt. Martini, qui hac de re docte satis (superque) disserit[48]) et passim hallucinatur, Scopas legendum esse putat, quod vero mihi quidem persuadere non potuit. Quae de descriptione hujus solarii affert, longe circumscribere videntur verba, quibus Delambre[49]), astronomus clarissimus rem absolvit: „Il est difficile de deviner ce que ce pouvait être." Meras conjecturas, quibus rem explicare videar, conflare equidem fastidio.

Pergit Vitruvius:

„Pros ta historumena Parmenion, Pros pan clima Theodosius et Andrias."

Indicant haec nomina solaria perfectiora scitiorisque inventionis, quippe quae diverso etiam sub climate horis monstrandis erant idonea, dum solaria huc usque commemorata pro certa tantum una eademque altitudine poli essent descripta, uti jam docuit locus ille Plinianus de primis horologiis Romae constitutis, aliunde advectis, horas perperam Romae monstrantibus. Pros ta historumena sc. climata indicat horologium pro locis, quorum exploratae erant altitudines poli, pros pan clima, horologium pro omnibus altitudinibus poli paratum. Haec quomodo inter se astronomice quidem differant, difficile est intellectu[50]).

Monumentum horologicum, Romae detectum, priori horum generum procul dubio adnumerandum, descriptum est a P. Gianfrancesco Baldini[51]); de quo pluribus

---

45) Weidler V. 19. Bailly H. de l' A. a. L. IX. §. 3-9.

46) Weidler VI. 13. Bailly H. de l'A. mod. T. I. L. I. §. 29-32.

47) de Arch. I. 1.

48) pg. 87-95 diss. laudatae.

49) H. de l'A. a. Tom. II. pg. 517.

50) Martini pg. 101-105. Delambre H. de l' A. a. T. II. pg. 517. Bailly H. de l'A. mod. T. I. pg. 74.

51) Saggi di Dissertazioni accademiche pubblicamente lette nella nobile academia Etrusca dell' antichissima città di Cortona. Tomo terzo. Roma 1741. pg. 185-194.

hic disseram, quoniam in explicando hujus instrumenti usu pretioque astronomico virum doctissimum plura fugisse videotur, quae astromomi quidem indagationem morari debent.

Hujus monumenti delineationem exscripsi in tabula IV. addidique ei literas Graecas minusculas, quibus discriminem singulas instrumenti partes, de quibus dicendum erit. Constat e lamina ahenea rotunda, perforata in centro. Huic foramini rotundo inserebatur cilindrus α triangulo D afferruminatus; cujus cylindri pars extrema iterum ipsa perforata erat o transverso trajectaque tenui ligula, ne delabatur lamina, dum circum cylindrum illum rotabatur.

Alterum laminae latus B continet nomina provinciarum sedecim imperii Romani, quibus additi sunt numeri, qui altitudines poli medias singulis illis provinciis respondentes gradibus exprimunt; quod quidem docte exposuit Baldini, qui inde et e forma elementorum latinorum L et G concludit aetatem huic monumento adjudicandam esse circa regnum Septimii Severi.

Altero in latere A conspiciuntur tres diametri, quibus additae sunt hae inscriptiones: VIII K IVL hoc est a. d. VIII. Calendas Julias, qui dies respondet solstitio aestivo, VIII K IAN hoc est a. d. VIII. Calendas Januarias, qui dies indicat solstitium brumale, et AEQ, quae literae indicant Aequinoctium potius, quam aequatorem, uti perperam censet Baldini, qui hac conjectura inducitur in errorem alterum, nempe quartam, quae in hoc latere laminae conspicitur, diametrum respondere meridiano; quod satis demonstrat, virum doctiss. usum astronomicum hujus instrumenti nullo modo perspexisse. Diametri illae solstitiales includunt cum diametro aequinoctiali angulum, quem Baldini nimia cum ἀκριβείᾳ dimensus est, invenitque esse 25 graduum. Nihilominus, immo licet haec sit vera mensura anguli in lamina descripti, contendo tamen opificem revera describere voluisse angulum 24 graduum.

Nam ut primo loco inquiramus in mensuram a Baldini institutam, ait ipse totius laminae diametrum esse $3\frac{1}{3}$ pollicum, unde fit

$$1{,}6666 \text{ poll.} = \text{rad.} = \text{arc.}\ (57^{\circ}{,}2958)$$

$$\text{et arcus unius gradus} \doteq 0{,}02909 \text{ poll.}$$

jam vero arcus ille, quem dimensus est Baldini, non in ipsa peripheria laminae situs erat, sed notabiliter propior centro laminae, radius itaque ipso respondens minor etiam 1,6666 poll. et arcus uni gradui respondens notabiliter minor $\frac{3}{100}$ poll., quae longitudo, quantula sit et quam facile de ea, tam parva, errari possit, per se patet; quam solam ob causam jam non nimium momentum mensurae a Baldini institutae tribuendum esse videtur.

Deinde vero e praeceptis gnomonicis, a Vitruvio[52] datis, videmus in construendis solariis, quippe quae summam subtilitatem non poscebant, pro obliquitate ecliptices sumi solitam esse peripheriae totius partem quintam decimam sive angulum 24°.

Tertium denique idque gravissimum opinionis meae fulcrum ipsum suppeditat, de quo agimus, instrumentum. Arcus enim duplicis obliquitatis inter β et γ divisus est in duodecim partes aequales, quarum unaquaeque secundum conjecturam a me propositam erit quatuor graduum. Addita vero est divisio etiam altera, cujus in fine utroque numeri xxx et XI positi sunt. A recludendo hujus alterius divisionis sensu Baldini prorsus abstinuit, de duobus hisce numeris tantum conjecturat hunc in modum: „Il numero Romano xxx posto nello spazio tralle due periferie alla testa delle dudici sezioni dell'arco intercetto tra'l Solstizio Estivo e l' Equatore non saprei, che altro possa significare, che il numero de' gradi, ne' quali ciaschedun segno del Zodiaco è diviso. E l'altro numero XI più abbasso, forse indica gl' undici giorni, co' quali l' anno Solare supera l' anno Lunare." Qua in conjectura prorsus arbitraria quum quiescere non posse mihi viderer, aliam inveni rei explicationem, quam nihil desiderandum relinquere puto.

Exterior enim illa divisio ita est instituta, ut particulae ejus binae respondeant singulis particulis divisionis interioris. Singulae itaque particulae divisionis exterioris pro mea conjectura binorum erunt graduum. Ejusmodi particularum descriptae sunt sedecim; revera tamen numerandae esse videntur duodeviginti, uterque enim divisionis exterioris finis desinit in dimidio particulae divisionis interioris; hanc utramque vero totam adsumendam esse et locum lineolae utriusque ultimae in exteriore divisione tenere numeros illos xxx et XI, prior ille numerus, prout in initio divisionis positus conspicitur, confirmare videtur.

Duodeviginti autem particulae binorum graduum efficiunt gradus triginta sex, quibus si addimus xxx gradus, efficiuntur sexaginta sex gradus, sive latitudo circuli polaris, ubi quidem obliquitatem ecliptices = 24° ponimus. Qua cum explicatione, si comparamus latitudines geographicas in altero laminae latere B conscriptas, invenimus illas limitibus 29° et 57° includi; aperte igitur opifex in addenda divisione exteriore respiciebat usum instrumenti ad latitudines geographicas a 30° usque ad circulum polarem extendendum. Ultra enim circulum polarem, ut hoc per occasionem moneam, divisio illa antiqua singulorum dierum inter ortum et occasum solis in duodecim partes aequales sensum simplicem habere desinit.

---

[52]) de Arch. IX. 8.

Reliqnum est, nt numerum XI explicem in altero fine divisionis illius positum. Inveni eutem apud Salmasium[53]), divisionem circuli maximi sphaerae in trecentos et sexaginta gradus a Ptolemaeo[54]) primum esse introduetam, veteres vero geographos et astronomos maximum sphaeree circulum (puto etiam peripheriam circuli in universum) in sexagiata[55]) partes aequales divisisse; harum partium singulae senorum erunt graduum, ergo undecim ejusmodi partes sexeginta sex gredus — latitudinem circuli polaris efficiunt. Quum vero divisio illa a Ptolemaeo introducta ea aetate, quee secundum viri doctissimi opinionem ost horologii noslri, adhuc edmodum esset nova, non mirandum quod opifex alteram etiam secutus est, praesertim quum engustum spatium, cui iascribendus eret numerus, numerum XI, quam numerum LXVI commodius exciperet; caeterum numerus XI in instrumento nostro conspicue majoribus signis est expressus, quam numerus alter xxx qua re opificem indicare voluisse puto, slterum minores illos Ptolemaei gradns, alterum majores easque veteres peripheriae partes significare. Hunc vero exterioris illius divisionis nexum cum latitudinibus geographicis in altero latere leminae conscriptis tam parum suspicatus est Baldini, nt hos latitudinum gredus ab opifice mere ornamenti gratia additos esse opinetur, ait enim: „— onde[56]) pigliar potesse l' Orologiografo notizia per descrivere a canto delle Provincie, e Città l' altezza del polo a norma di quel, che Tolomeo n' aveva già scritto. E forse con questa notizia, che grazia aveva di novità, volle dar pregio l' artefice al suo strumento orerio: non sapendo io vedere in questa sorta d' Orologio, a che servir potesse tal notizia, la quale è bensè necessaria ne' nostri Orologj da Sole per eollocarli attemente, accioehè ci distinguano con esattezze in ogni tempo l'ore nguali, ed equinoziali, non già in quello, che dava sempre le slesse sei ore, sia ne' Solstizj, o sia negl' Equiaozj.“

Neque etiam explicuit vir doctiss. alteram ejusdem anguli divisionem $\delta\, \varepsilon$, priori, de qua huc usque egimus, oppositam, quae tamen manifesto indicat inaequalem solis in declinatioae motum, dum aequales partes eclipticee, singula signa, percurrit. Habemus eniai, si obliquitas eeliptices $= 23^{\circ}\ 42'$

---

53) Ed. laud. pg. 467, b.

54) Floruit Ptolemaeus Hadriano et Aatoaino Pio Augustis.

55) Data occasioae interponere hic audeo conjecturam de origine divisionis illius sexagesimalis, quam quum apud oaines fere aaliquos Asiae populos, tum apud astronomos Graecos inveniaus. Simplicissiaa aihi esse videtur explicatio haec, quod radio per peripheriam circumferendo peripheriam ia sex partes aequales dividebant, quarum siagulis in deaas partes divisis, efficiebatur divisio sexagesimalis. De divisione eutem denaria multi optimas protulerunt explicatioaes. Cum iis Hegel, ubi quantitatis naturam exponit.

56). dalla Geografia di Tolomeo.

		Diff.
pro $l = 0°$ . . .	$\delta = 0°$	
$30°$	$11° \; 35',6$	$11° \; 35',6$
$60°$	$20° \; 22',3.$	$8° \; 46',7$
$90°$	$23° \; 42'$	$3° \; 19',7$

cujus rei notitiam viro doctissimo, etsi non ex astronomica supputatione, haurire licuit e pervolutando libro Salmasii, quem haec ratio non latuit. Itaque eum in modum, ac feci in fig. 6, signo zodiaci divisioni illi $\delta\varepsilon$ addenda subintelligi possunt.

Usum hujus instrumenti his verbis explicare sibi videtur Baldini: „Bastava solo porre l' istromento in guisa, che il Meridiano dell' istromento [57]) corrispondesse perfettamente al Meridiano del luogo, e allora fatta girare la punta della base del triangolo sopra la divisione di quel segmento d' arco, che è chiuso tra i due Solstizj; e posandola a dirittura di quel taglio, che corrisponde alla giornata del mese, l'ombra dello stile cadeva sulla curvatura del triangolo e v' indicava puntualmente l'ora.“

Ma non bastava questa spiegazione; quot enim errores paucis his verbis vir doctissimus coaggeraverit enumerare longum et superfluum censeo; veriorem rei indagationem suscipere malui. Proponam hic, quae mihi probabilia visa sunt, conjecturae numero, ne quid arrogare mihi videar, magnopere enim lugeo me calculi probationem illis addere (ut infra demonstrabo) non potuisse, neque de ejusmodi rebus pro certis afferre vellem, nisi quae calculi numeris congruentia probata firmataque prodierunt.

Defixo cylindro α in foramine centrali laminae rotundae, conjungebatur cum hacce pars altera instrumenti, eaque triangularis D. Conspiciuntur in hypotenusa hujus trianguli, hyperbolice curvata, lineolae divisurarum. Recteque intellexit Baldini has divisuras respondere horis indicatis olim umbra gnomonis, cujus tantum pars superest: nodulus ν, quem ita describit Baldini: „— un semiglobetto, o sia bottoncino scabbro, lacero o strappato nella sua cima; dal che è facile conghietturare, ch' egli terminasse in uno stile di longhezza determinata, cui l'ingiuria del tempo ha schiantato, e disperso.“ Commemorat etiam alteram cathetam trianguli D desiisse (ubi est litera ξ) in ligula sive apice, deinde defracta, quae, dum rotabatur lamina circa cylindrum, percurrebat divisionem $\beta\ \gamma$. Constituebatur autem primum ligula ξ ita, ut indicaret inter β et γ eum gradum, qui respondebat declinationi solis; haec vero constitutio instrumenti respondebat tantum altitudini poli $= 30°$; a qua quidem si diver-

[57]) Scilicet quarta illa diametrus, quam Baldini, ut supra dictum, meridiano respondere perperam censet.

sum erat clime loci, ducebatur ligula ξ per (φ-30) gradus porro versus vel ultra γ, cujus anguli aestimatio colligebatur ex inspicienda divisione exteriore et e tabula climatum, quam exhibuit alterum laminae latus. His ita absolutis obtendebatur instrumentum radiis solis ita, ut esset sol in plano laminae, porro ut linea recta per nodulum ν et primam divisurae lineolam ζ mente ducendo horizonti esset parallela. His diligenter observatis monstrabat horas umbra gnomonis, qui erat in ν perpendicularis ad planum laminae, quippe projecta in lineolas divisurarum, quas ita respondisse censeo singulis horis:

ζ	o, XII	ι	III, IX
η	I, XI	$\varkappa$	IV, VIII
ϑ	II, X	λ	V, VII
		μ	VI

Eadem vero concinnius etiam exprimuntur rationibus mathematicis hisce: Sint a, b, c (cf. fig. 7.) distantiae punctorum ν, ζ et μ a centro laminae, postquam cylindrus α in foramine suo est defixus, ligulaque ξ in modum jam expositum constituta. Erit

$$1)\ w = 90^\circ + \delta - (\varphi - 30^\circ)$$

et 2) $x^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos w$ 3) $y^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos w$

4) $(b+c)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos H$ simul 5) $H = (90-\varphi) + \delta$ altitudo solis meridiana.

Ubi vero agitur de alia qualibet hora, nec de hora VI, habebitur c = distantia lineolae horariae respondentis a centro α, quae longitudo sumenda est negative, si cadit illa distantia in partem $\alpha\,\zeta$, positive vero, si cadit in partem $\alpha\,\mu$, sive in continuationem lineae $\zeta\alpha$. Neque amplius tunc habebitur $H = (90-\varphi) + \delta$, sed altitudo solis h invenienda erit ex aequatione

$$\sin h = \sin \delta . \sin \varphi + \cos \delta . \cos \varphi \cos \left\{ \frac{n}{6} \operatorname{arc} \cos(-\operatorname{tg} \delta . \operatorname{tg} \varphi) \right\} \text{ ubi } n = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Evidenter satis liquet instrumentum, de quo agimus per appropinquationem tantum rationibus hisce sufficere potuisse; e comparandis enim aequationibus 1. et 5. obtinemus $w = H + 30^\circ$, contra aequationes 2. 3. 4. nexum constituunt minus simplicem eorundem angulorum et facile intelligitur, utrasque mensuras anguli H ex utraque ratione prodeuntes per appropinquationem tantum inter se congruere posse.

Accuratius vero appropinquatio, quam assequebatur hoc solarium in horis monstrandis, determinari non potest, nisi dimensis accurate longitudinibus a, b, c. Quarum linearum mensura, quum a Baldini non sit data, ulterius in hanc rem inquirere supervacaneum est. Omnia enim, quae proponit Baldini ad dimensionem instru-

menti hujus pertinentia, haec sunt: „E questo una Lastra di bronzo di figura circolare, con caratteri e segni in una facciata, e nell' altra, la di cui grossezza è di un terzo d'oncia e tutto il diametro d'oncie tre ed un terzo.“ De altera vero parte D instrumenti eaque triangulari haec affert: „— un triangolo rettangolo, voto nella sua aja, l'ipotenusa del quale è curvata con curvatura circolare, o piuttosto iperbolica. E questa divisa in sei parti, le quali dall' alto scendendo al basso decrescono in tal ragione, che se il primo segmento contiene dieci parti, il secondo ne contiene sei, il terzo quattro, il quarto tre, il quinto due, il sesto uno e due terzi.“ Denique observat nodulum ν collocatum esse „sul diametro, che sega ad angoli retti l'Equatore, in distanza di tre quarti di sua lunghezza dal centro.“ Ex his nec concludi potest mensura distantiae a, nec datae sunt distantiae singularum lineolarum horariarum a centro rotationis α, ita quidem, ut comparari possent cum distantia a. Neque etiam in proponendis hisce lineolis constat sibi vir doctissimus, loquitur enim verbis laudatis de sex intervallis, quibus respondere videntur intervalla $\zeta\eta$, $\eta\vartheta$, $\vartheta\iota$, $\iota\varkappa$, $\varkappa\lambda$, $\lambda\mu$ in adumbratione D conspicua; sed cum his non congruit adumbratio altera C, quippe in qua lineolis $\varkappa$, λ, μ duae tantum respondeant lineolae $\varkappa'$, λ'.

Sed computatione etiam non adjecta, fore spero, ut iis, qui attenta mente perspicient totum effectum earum, quas proposui, rationum mathematicarum, conjectura hic prolata admodum probabilis denique arrideat. Ne tamen praetermittere quid videar, unam addam disquisitionem, solam cujus instituendae, mensuris a, b, c non cognitis, data est facultas, quippe hanc: continuo decrescente angulo w continuo etiam decrescere angulum H, aequationibus 2. 3. 4. ab illo pendentem; idem enim contingere videmus alteri nexui angulorum w et H aequationibus 1. et 5. expresso, crescente altitudine poli.

Quod ut demonstretur, fingamus (cf. fig. 8) lineam $\zeta\mu$ fixam esse et lineam $\alpha\nu$ sive a tanquam radium moveri, ita ut extremum ejus punctum ν percurrat dimidium peripheriae ab A usque ad B. Ponamus denique, quod etiam in instrumento nostro locum habere videtur, $\alpha\mu > \alpha\nu > \alpha\zeta$, sive c $>$ a $>$ b. Anguli $\nu\mu\zeta$ et $\nu\zeta\mu$ indicentur literis m et z. Habetur $H = 180^o - m - z$ unde $dH = -dm - dz$.

Jam si percurrit peripheriam hemicycli dicti punctum ν incipiens ab A, crescit primum quidem uterque angulus m et z eritque dH quantitas negativa, donec $\mu\nu$, tanget peripheriam hemicycli. Deinde autem decrescet m, crescetque z et visendum qualis evadat natura quantitatis dH. Sint itaque ν' et ν'' puncta duo peripheriae inter ν, et B sibi aeque propinqua ac libebit, habebitur $dz > p_1 = p_2 > dm$, ubi dz et dm indicant mensuras absolutas horum incrementorum; quum vero dm sit quantitas negativa, dz positiva, expxessio $dH = + dm - dz$ evadet iterum negativa, praepon-

derante dz. Continuo itaque decrescit H per alteram etiem hemicycli partem ν B, quod erat domonstrendum.

Aperta quidem discrepantie utriusque determinationis conspicua eat pro $H = 0°$ et $H = 180°$, ubi obtinetur ex aequationibus 2. 3. 4. $w = 0°$ et $w = 180°$ [58]), contra ex aequationibus 1. 5. $w = 30°$ et $w = 210°$. Revera tamen H, quippa altitudo solis meridiana, a valoribus 0° et 180° notabiliter erit diversa. — Sufficient haec illustrendo huic monumento pretiosissimo.

De inventoribus, quorum nomine commemorat Vitruvius, Parmenione et Andria nihil certi constat. Theodosius, trium de sphaericis librorum auctor, aetatis est incertae [59]).

Pergit Vitruvius:

„**Patrocles pelecinon. Dionysiodorus eonum. Apollonius pharetram. Alieque genera et qui supra seripti sunt, et alii plures inventa reliquerunt: uti gonarchen, engonaton, antiboreum.**"

Ut primo loco **conum** paucis absolvam: nescimus, quea fuerit hujus solarii descriptio et forma. Desunt monumenta antiqua. Conjectures e solo nomine fabricandas vel aliorum repetere val propries proferre, quod quidem facillimum esset factu, futile at nullius pretii esse censeo. Dionysiodorum Melium geometrica scientia nobilem fuisse narrat Plinius [60]).

Certiore de **pelecino**, pharetra, engonato et gonarche proferre posse mihi videor, quaa omnie ad solaria in planis horizontalibus vel perpendicularibus descripta pertinere videntur. Nam primum quidem horologia sciotherica in plano horizontali, vel in plano verticali meridiem spectanto descripta, hyperbolis terminata, quorumqua curvae diurnae lineae, quas percurrit in plano horologico umbra **apicis** styli, figuram exhibent bipanni sive securi ancipiti simillimam [61]). Optime apparet haec forma in

---

[58]) Pro $H = \begin{cases} 0 \\ 180 \end{cases}$, $\cos H = \pm 1$ sequitur ex aeq. 4. 6) $b + e = x \mp y$ et subtrahendo 3) a 2) fit: $(x + y)(x - y) = (b - e)(b + e) - 2a \cos w (b + c)$ sive, facta substitutione ex aeq. 6. 7) $(x \pm y) = b - e - 2a \cos w$. Addendo 6) et 7) obtinetur $x = b - a. \cos w$ sive 8) $x^2 = a^2 \cos w^2 + b^2 - 2ab \cos w$. Aequationes 8. et 2. conjunctae efficiunt $\cos w^2 = 1$, $w = \begin{cases} 0 \\ 180 \end{cases}$.

[59]) **Weidler** Vt. 16. **Bailly** H. de l' A. mod. T. I L. III. §. 36. **Martini** pg. 104.

[60]) Hist. nat. L. II, c. 109. Hunc Dionysiodorum etiam intelligit **Weidler** Vl. 7. pg. 133 in nota; perperam contra, ut mihi videtur, **Martini** pg. 97. Dionysiodorum pictorem, cui sina dubio aeque parum ac Dionysiodoro tertio, quem a Plinio H. n. L. XXXVII, c. 1. commemoratum inveni, eique musico, inventa gnomonica curae erant.

[61]) cf. **Delambre** H. de l'A. a. T. II. pg. 517. **Bailly** H. de l'A. mod. T. I. L. II. §. 19. **van Beeck** pg. 67.

monumento antiquo a Franeisco Peter descripto, de quo supra expositum est †). Sane quidem discus in planitia externa tantum forma tunc a pelecino differt, nec descriptione astronomica, sed quiesceodum in conjectura, discum in planitia esse horologium, de quo supra egi, donec fortasse monumentum detectum erit magis proprie otiam, quam illud, disci in planitia nomen sibi vindicans.

Deinde phoretroe nomen optime congruit cum figura solariorum descriptorum in planis (v. c. parietibus) verticalibus orientem vel occasum spectantibus. Hujus conjecturae jam a Baldo prolatae pretium non intellexit Martini, Baldi tamen verbe repetit[62].

Engonaton denique et gonarche, quae ab angulo (γωνία) nomen ducunt, videntur esse horologia descripta in planis verticalibus, quae includebant cum planis meridiani vel primi verticalis angulum 90 gradibus minorem, fortasse etiam in planis ad horizontem sub certo quodam angulo acuto inclinatis. Extant prioris quidem generis monumenta. Nescimus quomodo differant inter se gonarche et engonaton. Engonati nomen apte etiam convenit in instrumentum, quod plura exhibebat plana inter se varios angulos includentia, quibus in planis singulis descripta erant solaria; quale est horologium Phaedri Atheniis[63]. Similis etiam horologii adumbrationem in pervetusto quodam codice inveniri commemorat Martini[64]. Neque vero probavit mihi quidem Martini alteram, quam proponit, conjecturam, engonati nomen repetendum esse a γόνυ et indicare Herculem in genua subsidentem, qui portaverit ipsum horologium; alienior enim est haec res ab ipso horologio ejusque descriptione, quem ut ornatus ille mere externus singularis solariorum generis proponendi Vitruvio causa fuerit.

Describendorum horum solariorum praecepta mathematica a Delambre astronomo clarissimo tanta cum diligentia tantaque cum subtilitate sunt exposita[65], ut nihil revera desiderandum illum reliquum fecisse, nec profecto me, adolescentulum, tanti viri disquisitionibus aliquid addere posse censeam. Imprimis digna mihi vise est admiratione indagatio, quam instituit[66] vir illustrissimus circa curvas horarias de appropinquatione, quae obtineatur lineis rectis, curvarum illarum loco introductis. Conspiciuntur enim in omnibus monumentis antiquis hujus generis lineae rectae loco curvarum horariarum.

---

†) Inspicienda tabula delineationum III.
[62]) pag. 86, nota 150.
[63]) cf. Delambre, H. de l'A. a. T. II. pag. 504.
[64]) pag. 108.
[65]) Hist. de l'A. a. T. II. pag. 470—510.
[66]) pag. 476 sqq.

Jam ad monumentorum horum enumerationem transeundum est. Perfectissimum hujus formae horologium extat in turri octagono [67] ventorum Athenis, constat ex octo solariis, quae in singulis turris illius parietibus sunt descripta, primariis octo coeli plagis opposita. Mathematica explicatione illustravit hoc monumentum Delambre loco laudato [68] pariter ac monumentum alterum Athenis a Phaedro fabricatum [69]. Delambre etiam explicuit [70] monumentum tertium in insula Delo inventum, cujus tamen altitudinem poli invenit 31°, quae non convenit Delo, cujus latitudo geographica est circ. 37°, sed potius Alexandriae; orientale est, nec tamen accurate pro oriente descriptum, sed ita, ut includat planum ejus cum pleno meridiani angulum 4°.

Quartum monumentum commemorat vir doctiss. Settele his verbis [71]: „Un frammento pubblicato senza illustrazione dal Signor Carlo Antonini nel Tom. 2. dei Candelabri antichi Tov. 10. Esiste questo in Tivoli, ove fu trovato, nella Casa de Angelis. Ma per quello, che può ricavarsi da questo lacero avanzo, sembra più tosto un orologio Verticale declinante e non essendo vi traccia nè di meridiana, nè di gnomone, si richiederebbe una fatica improba per trovare la latitudine, a cui appartiene, e supplirvi il resto, che vi manca.“

Inveni denique apud Gruterum pg. 135, 3 delineationem fragmenti, cui haec addita sunt verba: „Romae, horologii solaris, aut alterius instrumenti astrologici fragmentum, in mausolaeo Augusti, in Campo Martio.“ Sed figura in hoc monumento descripta potius genethliaca esse videtur, certe quidem non solarium. — Neque etiam huc referendus usus ille, quem addidit Augustus obelisco ei, qui erat in Campo Martio [72], usus enim a Plinio descriptus mere est gnomonis, neque horis monstrandis inserviebat, uti etiam docuit van Beeck [73].

De Apollonio supra expositum. Patroclas, pelecini inventor, si quidem Martini [74] auctoritati fides habenda, a pictoribus Graeciae fuit celeberrimis, vixitque circa

67) vide Stuart Antiquities of Athens Vol. I, chap. 3. Pl. 10, 11. cf. Salmasium in Sol. pg. 878, b, E sqq. De ventis et coeli plagis, quales discriminabant veteres, cf. diss. laud. Fr. Peter pg. 17-26, praecipue vero dissertationem doctissimam inauguralem auctore Lud. Heros Berolini 1846.

68) pg. 487-503. cf. etiam Franc. Peter diss. laud. pg. 4 et 27.

69) pg. 504-510.

70) Analyse des travaux de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France pendant l'année 1814 pg. XXIX-XXXIX.

71) Franc. Peter diss. laud. pg. 27.

72) cf. Plin. Hist. nat. L. XXXVI, c. 10.

73) pg. 36-40.

74) pg. 96.

Ol. XCV. At liceat hac quidem in re astronomo superare veterum scriptorum notitia antiquarium doctissimum. Nam mihi quidem admodum probabile videtur inventorem illum Patroclen fuisse potius eum, qui sub Seleuco Nicatore mare Indicum classe lustravit, earumque regionum praefectus fuit, geographiae imprimis peritus, cui et prae omnibus aliis fidem esse habendam Strabo existimat. Pausania teste Patroclus quoque (forte an idem ac Patrocles, quem Strabo commemorat, triremibus Ptolemaei Lagidae aliquando praefuit; nautae vero antiquitus, ut hodie etiam, astronomiae necessario peritissimi [73]).

Quid fuerit **antiboreum** varii veriis conjecturis essequi studuerunt [74], quas repetere hic nolo, quoniam nulla earum veram hujus horologii formam deprehendit; contra vero spero fore, ut sequentia lecturis evidentissimum erideat, monumentum Berolinense, mox a me explicandum, antiborei nomen justo jure sibi vindicare, itaque ipsum omnium optime rectissimeque, quale fuerit antiboreum, demonstrare.

Concludit Vitruvius his verbis:

> „**Item ex his generibus viatoria pensilia uti fierent, plures scripta reliquerunt.**"

Revere haud difficile est imaginari eadem genera solariorum, quae huc usque perlustrata sunt, leviore quedem e materia confecta, vel minora, talemque in modum suspensa annulis vel catellis, ut proprio pondere deorsum ducta eam essumere possint positionem, quae respiciebatur etiam in constituendis instrumentis ponderosioribus. Est enim quaestio mere statica, immo plurima ex parte iteratis tantum experimentis solvenda, efficiendi suspensione corporis gravis eandem ejus positionem, ac fultura; animadvertendum tamen sola suspensione determinari tantum positionem axis illius, quem fingere possumus ductum per duo puncta: alterum suspensionis, alterum vero centrum gravitatis totius instrumenti, et rotari adhuc posse instrumentum circum axem illum indeterminate per omnes 360 gradus. Addendum ergo est alterum qualecunque artificium, cujus ope simplici facilique modo ea deprehendi possit azimutalis etiam instrumenti constitutio, quam poscit usus horologio propositus. Satis notum est, varios hoc assequendi existere modos, sed jam veteres admodum ingeniose ejusmodi machinamenta excogitasse e monumenti antiqui jam commemorandi fabrica percipimus.

Observandum etiam „viatoriorum" nomen non esse referendum ad magna itinere, ad notabilem latitudinis geographicae mutationem extensa, his enim inservie-

---

[73]) **Plin.** Hist. nat. L. VI, c. 17. **Strabo** ed. Parisiensis 1815. s. 68-70, 74, 508, 518, 689. **Pausanias** Lib. I, 1. Lib. III, 6.

[74]) **Bailly** H. de l' A. mod. T. I. L. II. §. 19. **Delambre** H. de l' A. a. T. II. pag. 518.

bant horologia πρός τὰ ἱστορούμενα et πὸς πρᾶν κλίμα, de quibus supra expositum; contra viatoriorum usus angustioribus limitibus circumscriptus, erant enim uni tantum et certae altitudini poli adeptata (quod iterum monumentum illud antiquum nos docet). Tamen minoribus in itineribus horis cognoscendis optime inserviebant, quum intra quingenta stadia [77]) minorum praecipue instrumentorum aberratio, quatenus quidem pendebat a mutata altitudine poli, haud esset notabilis.

Jam transeundum ad ipsum illud monumentum antiquum, quod hujus solariorum generis extat. Inventum est fodiendo Porticis anno 1755 [78]) accuratissime doctissimeque descriptum et explicatum a sociis academiae Herculanensis [79]), qui mathematicam etiam instrumenti constructionem examinaverunt. Mathematicam tamen eorum indagationem critice perlustravit, eamque magna cum subtilitate iteravit van Beeck. [80])

Forma metalli hujus pernae speciem exhibet, cujus in altero latere, eoque non accurate plano, descriptae sunt lineae horologicae, cujus vero caude, gnomonis instar, umbra sua in illas lineas projecta hores indicabat †). Conspiciuntur enim in hoc metallo septem lineae verticales, quibus includuntur sex spatia, binis mensibus singula respondentia, quod etiam indicatum est ab opifice instrumenti, oppositis singulorum mensium literis initialibus; conspiciuntur praeterea septem etiam lineae transversales, quibus includuntur sex spatie, binis diei horis temporalibus singula respondentia, ita ut suprema harum linearum (sola illa, quae — nimirum — conspicitur recta) respondeat soli ex horizonte emergenti vel sub horizontem se demergenti, infima soli in meridiano consistenti.

Usus vero instrumenti hic: suspendebatur ex annulo suo et vertebatur deinde circa axim suspensionis, donec projiciebat umbram suam apex caudae in spatium mensi tunc ipsum currenti respondens; discriminabat simul haec umbra horam, prout cadebat in primum, secundum, tertium, quartum, quintum vel sextum a supremo spatium horarium.

Rationes mathematicae in describendo hoc solario observandae erant haece: indicetur apex caudae litera C, punctum quodlibet superficiei horologicae, in quod projicitur apicis umbra litera P. Suspenso libere instrumento collocetur per C planum

†) Repraesentatur delineatione V.

[77]) cf. Salmas. in Solin. pag. 467, a, D sqq.

[78]) cf. Martini pag. 134.

[79]) La pitture antiche d' Ercolano, Tamo III, prefazione.

[80]) pg. 69 - 87. cf. Delambre H. de l'A. a. Tome II. pag. 514 et 515.

horizontale, cujus intersectio cum superficie instrumenti erit horizon horologii sive linea horis O et XII respondens. Collocetur porro planities altera eaque verticalis per puncta C et P, cujus intersectio cum horizonte horologii (quippe cum lineae) erit punctum H; jam ita describendum est horologium, ut universaliter efficietur HCP = altitudini solis = arc sin $\left\{ \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \tau \right\}$, ubi ei indicanda puncta horas temporales discriminantia, $\tau = \frac{n}{6}$ arc cos $\left\{ - \operatorname{tg} \delta . \operatorname{tg} \varphi \right\}$ et n = 0. 1, 2, 3, 4, 5, 6. Observavit jam Delambre de lineis verticalibus, quippe quae respondent anni temporibus: „On pourrait multiplier ces lignes indéfiniment et les tracer pour tous les degrés de longitude, au moins de dix en dix"; sed animadvertendum est non solum numerum harum linearum, sed etiam earum a se invicem distantiam soli opificis arbitrio determinandam relinqui. Relinquitur enim indeterminata rotatio instrumenti, hinc etiam apicis C, circum axim suspensionis. Differant itaque azimuta solis et apicis C, dum referuntur ad axim suspensionis, angulo arbitrario A; imaginemur porro systema coordinatarum polarium, cujus centrum C, cujus planum initiale planum per C et axim suspensionis collocatum, cujus radius initialis linea in hoc plano e C ad axim suspensionis perpendicularis; describentur in superficie horologii curvae horariae radio vectore, qui includet in plano suo cum radio initiali angulum HCP, cujus vero planum includet cum plano initiali angulum arbitrarium (180° — A). Hinc sequitur

$$\begin{aligned} z &= r. \sin HCP &&= r. \varphi(\delta) \\ y &= r. \cos HCP. \sin A &&= r. \psi(\delta) \sin A \\ x &= -r. \cos HCP. \cos A &&= -r. \psi(\delta) \cos A \end{aligned}$$

unde $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ et

$$\delta = \varphi, \left\{ \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\}, \quad \delta = \psi, \left\{ \frac{y}{\sin A. (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\},$$

$$\text{eritque } \varphi, \left\{ \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\} = \psi, \left\{ \frac{y}{\sin A. (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\},$$

$$\text{vel etiam } \varphi, \left\{ \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\} = \psi, \left\{ \frac{-x}{\cos A (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right\}$$

aequatio superficiei conicae, cujus intersectio cum superficie horologii enormiter curvata f (x, y, z) = O, efficiet curvam horariam. Haec quidem accuratior est harum curvarum determinatio.

Supputatione facile instituenda et academici Herculanenses et majore cum subtilitate van Beeck demonstraverunt hoc instrumentum revera accurate horas discriminesse; inveneruntque altitudinem poli, pro quo fuerit descriptum, academici quidem 41° 39′ 45″, van Beeck vero 41° 38′ 18″. Jam quum perciperent, horologium illud egregia cum subtilitate esse elaboratum, periculum etiam fecerunt academici determinandae obliquitatis eclipticae in construendo horologio adhibitae, eamque invenerunt 23° 46′ 30″. Monuit autem van Beeck ex indiciis quibusdam colligi posse hujus instrumenti aetatem; inveniri enim scriptos in eo menses Julium et Augustum, qui circa annum 27 a. C. n. in locum Quintilis et Sextilis ita dicti fuerint*[1]), includi ergo aetatem solarii hujus illo anno et anno 80 p. C. n., quo ceciderunt eruptiones Vesuvii, quibus illud quoque solarium cum tot aliis antiquitatis monumentis obrutum est. Hujus spatii medius est annus 27 p. C. n., cui pro formula Besselii

$$\varepsilon = 23^\circ\, 27'\, 54'',8 - 0'',457\,(t-1800) - 0'',00000272295\,(t-1800)^2$$

respondet obliquitas ecliptices 23° 41′ 16″, 5. Jure tamen van Beeck observasse mihi videtur, consensum hunc pro parvitate instrumenti satis magnum potius fortuitum esse habendum, nec nimium pretium huic consensui esse tribuendum.

Absolutis ita, quae de solariorum antiquorum formis et rationibus astronomicis e monumentis, quae extant, antiquis colligi possunt, commemorandum etiam est in operibus caelatis, imprimis iis, quae ad res musicas pertinent, conspici instrumenta satis probabiliter pro solariis habenda, plurima ex parte constituta in columellis; eorumque nonnullis adstare juvenem, cujus diligens iis inhaeret observantis obtutus; ita unum in opere marmoreo, quod adumbratum est in libro: Gerhard's antike Bildwerke, Bd. I. 61, item duo in sarcophago musico, qui asservatur in conclavi Etrusco musei regii Berolinensis*[2]), unum denique in gemma antiqua†), quae asservatur in museo regio Berolinensi. Similis etiam solarii pictura commemoratur a Martini*[3]). Fortasse etiam novi aliquid continet praeter ea, quae huc usque attuli, dissertatio supra laudata viri doctiss. Zuzzeri d'un antico orologio a sole, de qua haec academicorum Herculanensium sententia*[4]) „— dove oltre a quello, che egli illustra fa la storia e porle le figure di tutti gli altri orologii antichi, di cui fino al suo tempo si avea notizia, raccolti dal Simeoni, dal Lambecio, dal Boissardo e dal Grutero“ hanc tamen dissertationem comparare mihi non potui.

*1) cf. tamen Censorin. de die nat. cap. 22.

*2) cf. Gerhard's Archaeologische Zeitung Taf. VI.

*3) pg. 60, quippe quam afferat Winckelmann, monumenti antichi, pg. 203.

*4) Le pitture antiche d'Ercolano. Tomo III. Prefazione, nota 3.

†) Ejus imaginem exhibet tabula delineationum VI.

Horologiorum denique fit mentio in inscriptionibus Gruteri[65]) pg. 6. 6. 111, 12. 135, 3. 171, 8. 172, 12. 237, 6.

Indaganda reliqua est quaestio, quomodo describere potuerint veteres varia solariorum, quae jam perlustravimus, genera, quippe quorum nonnulla minus simplicia esse vidimus. Tradit autem Vitruvius hoc eos fecisse ope analemmatis[66]) h. e. figurae auxiliaris, ergo graphica methodo, non ut hodie solemus computatione.

Accurate describit Vitruvius[67]) lineas et circulos, e quibus compositum est analemma et qui efficiunt figuram 9. Apposui huic figurae easdem literas, quas indicat Vitruvius; exceptis literis V′ et S′, lineas enim VV′ et SS′ a Vitruvio omissas ipse explicationis causa adjeci. Hanc figuram jam Rode in tabulis, quas editioni suae Vitruvii addidit, deprehendere studuit, sed in utraque quam proposuit figura manaci descriptio vitiosa est; in altera enim figura manaci centrum in puncto F est positum, quod et cum re et cum ipsis Vitruvii verbis pugnat, in altera vero solstitiales lineae cum menstruis confusae et menstruae cum solstitialibus, ita ut satis liqueat, has figuras non ad clarum distinctumque, mathematica imprimis face dilucidatum loci Vitruviani intellectum esse delineatas. Prorsus nihil vero dedit Vitruvius praeter ipsam hujus figurae delineationem verbis circumscriptam; addit tantum, ejus ope describi solaria, quod quomodo fiat nullo modo exposuit; neque etiam singularum figurae illius partium sensum vel effectum, nisi perobscure indicavit, commemoratis vocabulis, quibus astronomice designabantur, iisque sequentibus

BT . . . linea in planitia
AB . . . gnomon
A . . . centrum
BHFGIPLNKEQ . . . meridiana
BC . . . aequinoctialis umbra
NC . . . aequinoctialis radius
EI . . . horizon
KT . . . radius hibernus
LR . . . radius aestivus
PQ . . . axon
GH . . . lacotomus

Circulus cujus diametrus lacotomus et cujus centrum X . . . manacus.

[65]) Gruterus Inscriptiones Romanorum. Heidelbergae 1616.

[66]) cf. Salmas. in Solin. pg. 520, a, C, ubi tamen quid sit analemma nullo modo dilucidatur.

[67]) de Arch. Lib. IX, c. 8.

Hac itaque a parte Vitruvii expositionem supplere operae pretium esse judicavi eaque explicatione antiquariorum gratiam mereri speravi.

Est vero tota haec analemmatis figura projectio circulorum coelestium, qui in describendis solariis respiciuntur, in planum meridiani. Linea AB repraesentat gnomonem sive stylum verticalem; angulus BAC est altitudo poli, uterque angulus CAR et CAT obliquitas ecliptices, quam sumit Vitruvius = 24°. Circulus EKNLPIGFHBQ repraesentat meridianum, NF est projectio aequatoris, LG tropici cancri, KH tropici capricorni. EJ horizontis in planum meridiani. Diametrus PQ axi mundi respondet. KL arcus declinationis est, per quem sol movetur, BT umbra meridiana brumalis, BC umbra meridiana aequinoctialis, BR umbra meridiana solstitialis aestiva.

Difficilius explicatu esse videtur, quid sibi velint hemicycla e centris M et O descripta, usum vero eorum deprehendisse mihi videor; scilicet simplici artificio inveniebatur eorum ope amplitudo arcus semidiurni; nam paullulum tantum meditanti liquebit: erectis perpendiculis e punctis, in quibus secant projectiones quorumlibet circulorum parallelorum projectionem horizontis EJ, ad ipsas has projectiones parallelorum, intersectiones horum perpendiculorum cum hemicyclis super easdem illas projectiones descriptis terminare et ita indicare arcus semidiurnos, v. c. perpendicula SS' et VV' secare arcus semidiurnos solstitialem aestivum LS' et brumalem KV'.

Explicandus denique usus minoris illius circuli, quem Vitruvius manaci nomine appellat h. e. μηνιαίου sive menstrui sc. circuli. Sit (fig. 10) r radius manaci, R = AH = AG = altitudini gnomonis AB; obtinemus $\operatorname{tg} \delta' =$

$$= \frac{r.\ \sin l}{R \cos \epsilon + r.\ \cos l} = \frac{\sin \epsilon.\ \sin l}{\cos \epsilon + \sin \epsilon \cos l},$$ quoniam $r = R \sin \epsilon$; contra, si

L longitudo solis, $\sin \delta = \sin L \sin \epsilon$; sit vero $l = L$, erit $\operatorname{tg} \delta =$

$$= \frac{\sin \delta}{(1 - \sin \delta^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sin l.\ \sin \epsilon}{(\cos \epsilon^2 + \sin \epsilon^2 \cos l^2)^{\frac{1}{2}}},$$ unde concludimus.

$$2.\ \operatorname{cotg} \epsilon.\ \frac{\cos l}{\sin l^2} = \operatorname{cotg} \delta'^2 - \operatorname{cotg} \delta^2 = \frac{\cos \delta' \sin \delta + \sin \delta' \cos \delta}{\sin \delta'^2.\ \sin \delta^2} \sin (\delta - \delta')$$

hinc sequitur $$\sin (\delta - \delta') = 2 \operatorname{cotg}.\ \epsilon.\ \frac{\cos l}{\sin l^2}.\ \frac{\sin \delta'^2.\ \sin \delta^2}{\sin (\delta' + \delta)} = \sin 2\epsilon \cos l.\ \frac{\sin \delta'}{\sin (\delta' + \delta)}.\ \sin \delta'$$

cujus expressionis ad naturam accuratius cognoscendam habentur $\sin 2\epsilon =$

$$= \sin 48^\circ < 1,\ 1 > \cos l > -1, \frac{\sin \delta'}{\sin(\delta'+\delta)} < 1,\ -\sin 24^\circ < \sin \delta' < \sin 24^\circ$$

invenitur itaque esse primi ordinis parvitatis ratione habita; erit jam

$$\delta - \delta' = \sin 2\epsilon \cos l \frac{\sin \delta'^2}{\sin(\delta'+\delta)} + \frac{1}{6}\left(\sin 2\epsilon \cos l \frac{\sin \delta'^2}{\sin(\delta'+\delta)}\right)^3 +$$

$$+ \frac{3}{40}\left(\sin 2\epsilon \cos l \frac{\sin \delta'^2}{\sin(\delta'+\delta)}\right)^5 + \ldots .$$

Retinui in hac formula expressionem $\frac{\sin \delta'^2}{\sin(\delta'+\delta)}$, quippe elegantiorem, quae tamen reipsa loco est functionis $f(\epsilon, l)$, nempe $\frac{\sin \delta'^2}{\sin(\delta'+\delta)} =$

$$= \frac{\sin \epsilon . \sin l}{(1 + \sin 2\epsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \epsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \epsilon + \sin \epsilon \cos l \right\}} +$$

Computando inveni pro $l = 30^\circ, 60^\circ \quad \epsilon = 24^\circ$

$\delta = 11^\circ\ 44'\ 2''$, $20^\circ\ 37'\ 28''$

$\delta' = 9^\circ\ 7'\ 38''$, $17^\circ\ 30'\ 14''$

et e serie $\delta - \delta' = +\ 2^\circ\ 36'\ 20''.6 \qquad +\ 3^\circ\ 7'\ 9'',2$

$\qquad\qquad + \quad 3'',2 \qquad\qquad + \quad 5'',5$

Habemus itaque $\delta - \delta' =$

$$= \sin 2\epsilon \cos l \frac{\sin \epsilon . \sin l}{(1 + \sin 2\epsilon . \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \epsilon^2 . \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \epsilon + \sin \epsilon \cos l \right\}} +$$

$$+ \tfrac{1}{6}(\quad)^3 + \tfrac{3}{40}(\quad)^5 + \ldots .$$

jam vero crescente angulo L ultra 90° versus 270° erit $\cos l = -\cos \lambda$, ubi $\cos \lambda$ fractio vera positiva et $\lambda = 180^\circ - L$: appropinquatio tunc minuitur, quoniam minuitur denominator $(1 + \sin 2\epsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \{(1 - \sin \epsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \epsilon + \sin \epsilon \cos l\}$,

major itaque obtinebitur appropinquatio, si jam missum facimus angulum δ' et novo altero utimur angulo δ'', nempe in quem mutatur δ', mutato l in λ; error hac altera appropinquatione commissus tunc erit

$$\delta - \delta'' = \sin 2\varepsilon . \cos \lambda \frac{\sin \varepsilon . \sin \lambda}{(1 + \sin 2\varepsilon \cos \lambda)^{\frac{1}{2}} \{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin \lambda^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos \lambda \}} =$$

$$= - \sin 2\varepsilon . \cos l \frac{\sin \varepsilon . \sin l}{(1 + \sin 2\varepsilon \cos \lambda)^{\frac{1}{2}} \{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos \lambda \}}$$

quippe negativo quidem signo affectus, dum antea positivo, ceterum vero, absolute sumtus, minor, quoniam cos λ quantitas positiva et auctus propterea denominator; neque etiam mutatur angulus δ mutatio l in λ, quoniam $\sin \delta = \sin L \sin \varepsilon$ idem pro L et $180^\circ - L$.

Hoc angulo δ'' utendum est quamdiu $90^\circ < L < 270^\circ$, h. e. quamdiu cos L negativus. Tum vero, crescente angulo L ultra 270° usque ad 360° sumendus iterum angulus $l = L$ et utendum angulo appropinquatorio δ'.

Explicandus est graphicus hujus observationis sensus: nempe si manaci usus ille, ut quodammodo repraesentet eclipticen, ut porro illo ejus puncto, qui respondet puncto, quem occupat sol in ecliptice, conjuncto recta linea cum puncto A, haec linea includat cum linea AX′ angulum declinationi solis appropinquatorie aequalem; si inquam hic est manaci in analemmate usus, gradus longitudinis solis, ut quam maxima obtineatur appropinquatio, non computandi sunt a X′ ad H, X″, G et iterum ad X′ per totam manaci peripheriam, sed primum quidem ab X′ usque ad H, deinde retro ab H per X′ ad G, tunc vero rursus a G ad X′, ita ut radius vector quasi solis in manaco, loco partis peripheriae HX″G percurrat sensu inverso partem HX′G ceterum prorsus eodem modo. Signa itaque zodiaci distribuenda sunt in manaco eo modo, quem exhibet figura 11.

Jam vero quum vidimus errorem $\delta - \delta'$ esse positivum, errorem $\delta - \delta''$ negativum†), oritur quaestio anne maxima obtineatur appropinquatio sumto medio ex angulis δ' et δ''. Invenimus autem

$$\frac{\delta'' + \delta'}{2} - \delta = + \frac{1}{2} \sin 2\varepsilon \cos l \left\{ \frac{\sin \delta''^2}{\sin (\delta'' + \delta)} - \frac{\sin \delta'^2}{\sin (\delta' + \delta)} \right\} +$$

---

†) Ubi $\sin \delta = \sin L . \sin \varepsilon$, $\operatorname{tg} \delta' = \dfrac{\sin \varepsilon \sin l}{\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos l}$, $l = L$, δ'' vero angulus, in quem mutatur δ' mutato l in $180^\circ - l$.

$$+ \frac{1}{12} \sin 2\varepsilon^3 \cos l^3 \left\{ \left(\frac{\sin \delta''^2}{\sin \{ \delta'' + \delta \}} \right)^3 - \left(\frac{\sin \delta'^2}{\sin \{ \delta' + \delta \}} \right)^3 \right\} + \ldots$$

$$\text{ubi} \quad \frac{\sin \delta''^2}{\sin (\delta'' + \delta)} =$$

$$= \frac{\sin \varepsilon . \sin l}{(1 - \sin 2\varepsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon - \sin \varepsilon \cos l \right\}} =$$

$$= \varphi (\delta'') \qquad \text{et} \qquad \frac{\sin \delta'^2}{\sin (\delta' + \delta)} =$$

$$= \frac{\sin \varepsilon . \sin l}{(1 + \sin 2\varepsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos l \right\}} =$$

$$= \varphi (\delta')$$

Si vero duas comparamus quantitates a et b, quarum altera altera major, $a > b$, sufficiet esse $\frac{a}{b} < 3$, ut sit $\frac{1}{2} (a - b) < b$.

Jam dum $0 < \cos l < + 1$, habemus

$$\varphi (\delta'') > \varphi (\delta') \text{ et } \frac{\varphi (\delta'')}{\varphi (\delta')} =$$

$$= \frac{(1 + \sin 2\varepsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos l \right\}}{(1 - \sin 2\varepsilon \cos l)^{\frac{1}{2}} \left\{ (1 - \sin \varepsilon^2 \sin l^2)^{\frac{1}{2}} + \cos \varepsilon - \sin \varepsilon \cos l \right\}}$$

clarissimeque patet $\frac{\varphi (\delta'')}{\varphi (\delta')}$ maximum assequi pro $\cos l = 1$; tunc erit

$$\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = \left(\frac{1+\sin 2\varepsilon}{1-\sin 2\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1+\cos\varepsilon+\sin\varepsilon}{1+\cos\varepsilon-\sin\varepsilon} =$$

$$= \frac{1+\sin 2\varepsilon}{\cos 2\varepsilon} \cdot \frac{2\,.\cos\frac{\varepsilon}{2}^2 + 2\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos\frac{\varepsilon}{2}}{2\,.\cos\frac{\varepsilon}{2}^2 - 2\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos\frac{\varepsilon}{2}} =$$

$$= \frac{1+\sin 2\varepsilon}{\cos 2\varepsilon} \cdot \frac{\cos\frac{\varepsilon}{2}+\sin\frac{\varepsilon}{2}}{\cos\frac{\varepsilon}{2}-\sin\frac{\varepsilon}{2}} = \frac{1+\sin 2\varepsilon}{\cos 2\varepsilon} \cdot \frac{1+\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon}$$

et quum $\varepsilon = 24^\circ$, max. $\left(\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')}\right) = 4{,}0114 > 3$. Ceterum in expressione

$$\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = \frac{(1+\sin 2\varepsilon\cos I)^{\frac{1}{2}}\left\{(1-\sin\varepsilon^2\sin I^2)^{\frac{1}{2}}+\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\cos I\right\}}{(1-\sin 2\varepsilon\cos I)^{\frac{1}{2}}\left\{(1-\sin\varepsilon^2\sin I^2)^{\frac{1}{2}}+\cos\varepsilon-\sin\varepsilon\cos I\right\}}$$

substituentes $\cos N = \sin 2\varepsilon . \cos I$, obtinemus

$$\sin\varepsilon\cos I = \frac{\cos N}{2.\cos\varepsilon}\ ,\quad \sin\varepsilon^2 - \sin\varepsilon^2\sin I^2 = \frac{\cos N^2}{4\cos\varepsilon^2}\ ,$$

$$\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = \frac{1+\cos N}{\sin N} \cdot \frac{\left(\cos\varepsilon^2+\frac{\cos N^2}{4\cos\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}+\cos\varepsilon+\frac{\cos N}{2\cos\varepsilon}}{\left(\cos\varepsilon^2+\frac{\cos N^2}{4\cos\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}+\cos\varepsilon-\frac{\cos N}{2\cos\varepsilon}} =$$

$$= \operatorname{cotg} \frac{1}{2} N \, . \, \frac{(4 \cos \varepsilon^4 + \cos N^2)^{\frac{1}{2}} + 2 \cos \varepsilon^2 + \cos N}{(4 \cos \varepsilon^4 + \cos N^2)^{\frac{1}{2}} + 2 \cos \varepsilon^2 - \cos N}$$

Patet nunc crescente l a $0°$ ad $90°$ continuo decrescere $\cos l$, ergo etiam $\cos N$, crescere itaque continuo N et $\frac{1}{2} N$, decrescere continuo $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} N$, neque enim N, multo minus ergo $\frac{1}{2}$ N excedet $90°$. Porro habemus:

$$\frac{(4 \cos \varepsilon^4 + \cos N^2)^{\frac{1}{2}} + 2 \cos \varepsilon^2 + \cos N}{(4 \cos \varepsilon^4 + \cos N^2)^{\frac{1}{2}} + 2 \cos \varepsilon^2 - \cos N} =$$

$$= 1 + \frac{2 \cos N}{(4 \cos \varepsilon^4 + \cos N^2)^{\frac{1}{2}} + 2 \cos \varepsilon^2 - \cos N} =$$

$$= 1 + \frac{2}{\left\{ \left(\frac{2 \cos \varepsilon^2}{\cos N} \right)^2 + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} + \frac{2 \cos \varepsilon^2}{\cos N} - 1}$$

$$= 1 + \frac{2}{\left\{ \left(\frac{\operatorname{cotg} \varepsilon}{\cos l} \right)^2 + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} + \frac{\operatorname{cotg} \varepsilon}{\cos l} - 1} \, .$$

quae expressio, ut aperte liquet, decrescente continuo $\cos l$, continuo decrescet; demonstrasse igitur mihi videor, crescente l a $0°$ ad $90°$, continuo decrescere expressionem $\frac{\varphi\,(\delta'')}{\varphi\,(\delta')}$; eodem prorsus modo, ut facile intelligitur, etiam decrescente l a $0°$ ad $-90°$, decrescet continuo $\frac{\varphi\,(\delta'')}{\varphi\,(\delta')}$.

Computando inveni pro $l =$ 30° . . . 60°

$$\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = 3{,}1295 \quad . \; . \; . \quad 1{,}8424$$

interpolando autem, quum esset

$$\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} \; . \; . \; . \quad \begin{aligned} p &= 4{,}0114 \\ q &= 3{,}1295 \\ r &= 1{,}8424 \\ s &= 1{,}0000 \end{aligned} \qquad l \; . \; . \; . \quad \begin{aligned} P &= 0° \\ Q &= 30° \\ R &= 60° \\ S &= 90° \end{aligned}$$

pro $x = 3{,}0000$ . . $X = -\, 0{,}05205\ P + 0{,}96872\ Q + 0{,}11138\ R - 0{,}02807\ S =$
$= 33°\ 13'\ 7,''7$

eccurata tamen formule pro $l = 33°\ 13'\ 8''$ exhibet $\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = 2{,}9806$; denique accurate respondent sibi $l = 32°\ 48,'0$ et $\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} = 3{,}0000$.

Haec quidem indagatio primum tantum seriei membrum respicit; nec secundum membrum seriei novae jam minus erit secundo membro illius seriei e duebus antea propositis, quae majorem tunc ipsum offert appropinquationem, pro $\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')} < 3$; nam

ut sit $\frac{1}{2}(a^2 - b^2) < b^2$ necesserio poscitur $\left(\frac{a}{b}\right)^2 < 3$, hic ergo $\left(\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')}\right)^2 < 3$.

Sed supra jam vidimus secundum membrum tam parvum esse, ut prorsus fere negligi possit, utque ulterius in hanc rem inquirere profecto importunae subtilitatis neque operae pretium esse videatur.

Eadem prorsus observatio valet pro $0 > \cos l > -1$, mutato tantum $\frac{\varphi(\delta'')}{\varphi(\delta')}$ in $\frac{\varphi(\delta')}{\varphi(\delta'')}$, quoniam tunc $\varphi(\delta') > \varphi(\delta'')$.

Demonstrat haec disquisitio pro majore quidem parte totius peripheriae manaci majorem etiam, quam methodo supra exposita, quae tanquam imagine expressa est figura 11, obtineri appropinquationem, quum sumatur pro δ angulus $\frac{\delta' + \delta''}{2}$ (cf. fig. 12)

Observandum est angulum δ ex angulis δ' et δ'' methodo graphica sine ullo etiam errore posse inveniri. Fit enim:

$$\text{cotg}\ \delta'^2 - \text{cotg}\ \delta^2 = +2\ \text{cotg}\ \varepsilon\ \frac{\cos l}{\sin l^2}$$

$$\text{cotg}\ \delta''^2 - \text{cotg}\ \delta^2 = -2\ \text{cotg}\ \varepsilon\ \frac{\cos l}{\sin l^2}$$

unde $\dfrac{\text{cotg}\ \delta'^2 + \text{cotg}\ \delta''^2}{2} = \text{cotg}\ \delta^2$.

Inventis ergo ope manaei angulis δ' et δ'' habebuntur simul tangentes eorum geometricae t' ot t'' ad certum quemlibet radium ϱ referendae et erit

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\varrho}{t'}\right)^2 + \left(\frac{\varrho}{t''}\right)^2\right\} = \left(\frac{\varrho}{t}\right)^2 \quad \text{sivo}\ t^2 = \frac{t'^2 \,.\, t''^2}{\frac{1}{2}(t'^2 + t''^2)}$$

cujus formulae constructio geometrica prorsus nullam offert difficultatem; inventa vero longitudine t, habetur $\dfrac{t}{\varrho} = \text{tg}\ \delta$, ubi δ vera et ipsa solis declinatio.

Denique autem illom proponam methodum simplicissimam: exacte, non oppropinquatione inveniendae ope manaci declinationis solis, quam sine dubio veteres secuti sunt.

Ducatur (fig. 13) o puncto Z, in quo secat peripheriam manaei radius ille, qui includit angulum $l = L$ cum radio XX', linea parallela lineao $X'A$ sive radio solis aequinoctiali; et quo loco secat arcum meridiani GH linea parallela, sit litera Z'; tunc vero erit angulus $Z'AX'$ ipsa et accurata solis declinatio, est enim

$$\sin Z'AX'.\ R = \sin l.\ r = \sin l.\ \sin \varepsilon.\ R$$

$$\text{ergo}\ \sin Z'AX' = \sin l.\ \sin \varepsilon = \sin L.\ \sin \varepsilon = \sin \delta$$

Invenientur ita lineae, quos menstruorum nomine commemorat Vitruvius nempe (cf. fig. 14) An^{I}, An^{II}, An^{III}, An^{IV}, quippe ductoe ex A per punta m^{I}, m^{II} m^{III}, m^{IV} modo jam exposito determinota, usque od „lineam in planitia“ BT.

Duplex ceterum erit linearum ♒ ♐, ♓ ♏, ♉ ♍ et ♊ ♌ usus; nam primum quidem in arcu meridiani GH secant arcus declinationis Fm^{I}, Fm^{II}, Fm^{III}, Fm^{IV} respondentes soli in singula illa zodiaci signa introitum focienti, quibus determinotis habentur statim umbrae meridianae menstruae Bn^{I}, Bn^{II}, Bn^{III}, Bn^{IV} — deinde vero lineae dictae, ultra ♐, ♏, ♍ et ♌ productae usque od p^{IV}, p^{III}, p^{I}, p^{II}, praebont projectiones circulorum parallelorum soli in dicta signa introitum facienti respondentium.

Inveniebant ergo veteres ope monaei *declinotiones solis*, inde vero projectionem paralleli solis, cujus ope methodo supra exposita facile determinabant am-

plitudinem arcus semidiurni; hac in sex partes aequales divisa habebant etiam angulos horarios solis, singulis horis temporalibus respondentes; revera ergo omnia, quae ad solaria describenda opus sunt, ex analemmate depromere poterant.

Hunc manaci usum ne suspicatus quidem est Delambre, vir caeterum acutissimi ingenii clarissimusque astronomus; quanquam enim tam parum ignotus ipsi hic Vitruvii locus, ut eum verbum pro verbo fere in historia sua veteris astronomiae[88]) Gallico sermone transscripserit, tamen de manaeo nihil omnino observat, nisi „difficilem esse inventu hujus nominis originem vel significationem."

Scripsit etiam Ptolemaeus, summus ille totius antiquitatis astronomus librum de analemmate (cujus superest tantum versio latina Commandini) h. e. de methodis graphicis solariorum descriptioni inservientibus, quem explicatione donavit Delambre[89]); fusius quidem singulae harum methodorum partes in illo libro tractantur, sed ipso Delambre teste obsura et impedita est Ptolemaei expositio. Contra negari non potest concinnitate et elegantia excellere analemmatis descriptionem a Vitruvio propositam.

---

[88]) Tome II. pg. 517.

[89]) Hist. de l' A. a. Tome II, L. IV, chap. 16.

III.

MONUMENTI IN MUSEO BEROLINENSI REGIO ASSERVATI EXPLICATIO.

Emit hoc monumentum intra spatium horum decem annorum vir illustrissimus Gerhard Romae de rerum antiquarum mercatore Vescovali, Romaque Berolinum attulit. Exsculptum est e marmoro Italico. Forma ejus illa est, quam exhibent delineationes VII. A et B. Dimensiones ejus modulo Rhenano decimali expressae haece (cf. fig. 15).

ab = 10″ 9‴, 5
ad = 6″ 1‴
ac = 13″ 1‴
do = 4″ 6‴
of = 8″ 4‴, 5
cg = 13″ 9‴
fg = 7″ 8‴
eg = 11″ 5‴

E planitie gg′ee′ excavatum est hemisphaerium, cujus in superficie concava descriptae sunt lineae, quarum accuratior imago conspicitur in adumbratione VIII, A. Hujus excavationis pars quaedam effractione deleta est cum lineis in illa parte descriptis, uti et conspicuum in adumbratione; quippe quo loco tenuissimus erat lapis et, jam quum integrum adhuc esset instrumentum, ut quidem e disquisitionibus astronomicis infra institutis patebit, foramine instructus. Exhibet etiam ipse monumenti hujus adspectus (cf. adumbrationem VII, B.) in latere postico lacunar quadrangulum cui sine dubio inserta fuit tabula metallica, subtiliter perforata eo loco, qui respondebat intersectioni orbitae aequatorealis et meridianae in superficie hemisphaerica, de quibus statim exponetur. Inveniuntur etiam duo adhuc foramina angusta totam marmoris crassitudinem perterebrantia, quibus inserebantur procul dubio cochleae vel clavi tabulam metallicam affigentes. Jam, horologio ita constituto, ut posticum ejus latus ad meridiem spectaret, per subtile illud foramen tabulae metallicae, cui respondebat apertura quaedam lapidis, immittebatur in hemisphaerium radius solis projicie-

batque in ejus superficie coocava minutam solis imaginem, sive orbiculum illuminatum, qui ut praecisior etiam terminetur, addita erat tabula metallica. Intelligitur, hujus orbiculi per hemisphaerii superficiem motus respondisse coelestibus orbitis a sole percursis.

Ejusmodi curvas a radio solis, per foramen illud immisso, in superficie hemisphaerii coocava descriptas repraesentant lineae in marmore exsculptae, quippe curvarum quidem diurnarum (cf. fig. 16) μνξοξ,ν, solstitialem aestivam, ζησθιχφ'λκ,ι,θ,σ,η, aequinoctialem sive aequatorealem, αβγδmm,δ,γ,β,α, solstitialem hibernam — curvarum horariarum vero ζα primam ab ortu solis, ηβ secundam, μn'θγ tertiam, νιδ quartam, ξκε quintam, οn'' P'' sextam sive meridianam, ζ,κ,ε, septimam, ν,ι,δ, octavam, nθ,γ, nonam, η,β, decimam, α, undecimam, quarum quidem tertia, sexta et nona a sculptore levibus notis n', n'', n distinctae sunt, quippe dividentes totum illud duodecim horarum spatium in quatuor partes aequales, omnium enim notatu dignissimum est **horologium hoc, unicum inter caetera hujus generis quae extant monumenta antiqua, non horas temporales, sed aequinoctiales monstravisse.** Nec tamen hoc mirum, satis enim constat astronomos veteres, astrologosque omnes et gnomonicos, insuper habita horarum civili observatione, aequinoctiales soles ad usum computationesque suas adhibuisse. Hac enim in parte consuetudinem civilem horarum modo crescentium modo decrescentium secuti non sunt, quae methodis suis et observationibus erat incommoda et contraria. In determinandis etiam locorum climatibus uti solent veteres scriptores[30]) numero horarum aequinoctialium, quas continet longissimus dies, quod etiam confirmat, satis vulgatum fuisse horarum aequinoctialium usum et notitiam. Jam vero sexcentas causas imaginari possumus, quibus adductus fuerit vir astronomiae vel genethlialogiae studio deditus, ut ejusmodi horologium aequinoctiales horas discriminans vel excogitaverit, vel sculpi jusserit.

Praeter lineas modo enumeratas conspiciuntur nonnullae aliae: σρ, μτ, τν, ζφ, ν,υ,, τ,, σ,, πρ et π,; has vero a secunda manu additas esse, monumentumque, quum proficisceretur primum e manibus opificis, eas tantum lineas exhibuisse, quae conspiciuntur in adumbratione VIII, B, omni dubio exemptum mihi constat. Nam primum quidem hac lineae ab antea enumeratis elegantia sculpturae evidenter differunt, iisque notabiliter sunt inferiores, incerta veluti et inexercitata manu incisae, ita ut incerta etiam sint puncta, in quae desinunt; quod maxime conspicuum in lineis ζφ et σ,; ibi chemica quasi exploratione primariae curvae a secundis distinctae; aquae pluviales

[30]) cf. Plin. Hist. nat. Lib. II. c. 75, Lib. VI. c. 33. — Marc. Capella Lib. VI. init.

enim, acido carbonico saturatae, destillantes in rudera et congestiones terrae, sub quibus latebat hoc monumentum, eroserunt v. c. finem lineae, cui apposita est litera $\sigma_{,}$, dum resistebat iis linea $\eta\ \beta_{,}$, illi quidem proxime adjacens, sed primaria et propterea profundius et elegantius marmori incisa; similis incertitudo in omnibus fere harum secundarum linearum finibus observatur. Deinde etiam lineae hae secundae ex parte symmetriae repugnant, deest enim linea, quae respondeat lineae $\xi\ \nu$.

Denique vero computatio astronomica infra instituta, omnium certissima probatio, non solum opinionem hic propositam confirmabit, sed etiam revelabit, quem ad finem additae sint hae curvae secundae.

Eadem disquisitio docebit instrumentum hocce omnino non summa cum subtilitate horas monstrasse, accuratamque exhibebit mensuram errorum, quibus hoc horologium in horis monstrandis erat obnoxium; hi tamen errores exspectandi erant pro calculo et methodis veterum astronomicis minus excultis.

Ibidem demonstrabitur horologium pro altitudine poli, quae est Romae, fuisse descriptum; sed harum rerum, quae explicatu dignae videbantur, commemorationem hic jam antecepi, separavique ab earum probatione mathematica in gratiam antiquariorum (siquidem sperare licet fore, ut hoc qualecunque opusculum nonnullis eorum, ut aliquid novi proferens, evolvere placeat) ne illos lecturos mathematicis expositionibus ut importuna mole impediam.

Monumentum hoc unguibus leonis ornatum et quodammodo suffultum est. Similes videntur in nonnullis aliis monumentis horologicis, quae extant. Haud scio an fortasse contulerit ad eligendum hoc prae ceteris ornamentum nexus ille, quem nonnulli antiquitatis investigatores inter mythum Herculis et cursum solis obvium deprehenderunt[21]; cui tamen conjecturae nimium momentum tribuere nolo.

Quum denique excavatum hujus instrumenti hemisphaerium, quod in constituendis caeteris omnibus horologiis similibus v. c. hemicyclio Berosi et scaphe opponebatur meridiei, spectaret versus septentrionem, radiosque sol per posticum latus in illud transmitteret, solarium hocce **antiboreorum** generi jure optimo adnumerandum esse censeo.

---

21) cf. Bailly H. de l' A. a. L. IV. §. 3. **Dupuis**, origine des cultes, Tome II. pg. 191-370 (Liv. III, chap. I.) **Ouvaroff**, Examen critique de la fable d' Hercule commentée par Dupuis, Mémoires de l' Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg, Tome VII. pg. 459 - 480. — Fortasse etiam ungues illi sunt pantherini et referendi ad mythum Bacchi cf. **Dupuis**, orig. des cult. Tome III. pg. 1 - 297 (Liv. III, chap. VI).

IV.

EXPOSITIO COMPUTATIONUM ET METHODI IN CALCULO INSTITUENDO ADHIBITAE, QUIBUS FIRMATUR EXPLICATIO MONUMENTI JAM PROPOSITA.

Primum hic est negotium determinandi singula puncta distinctiora in superficie horologica obvia ita ut ad calculum possint adhiberi. Hunc ad finem investigavi primo loco punctum M (fig. 16), quod medium est totius superficiei sphaericae (distinguendum ab ejus centro). Tum dimensus sum chordam angulo 90° respondentem. h. e. a puncto M ad marginem hemisphaerii extensam, quam inveni = 625, qui numerus pariter ac ceterae dimensiones hoc in capite occurrentes referendus est ad unitatem decimae partis lineae e divisione Rhenana decimali. Inde si radium hemisphaerii designamus litera R, sequitur

$$\text{chorda } 90^\circ = \sqrt{2 R^2} \quad , \text{ sive } R = 441{,}94.$$

Deinde ut punctorum in hamisphaerio obviorum locos determinarem, binas pro singulis punctis dimensus sum chordas, alteram a puncto determinando p ad punctum M, alteram a p ad polum hemisphaerii propiorem, aut meridionalem P′, aut septentrionalem P″, extensam.

Harum chordarum mensuras tabula haecce continet.

T a b. I.

	p, P	p P	Diff.	p, M	p M	Diff.
ε	246	247	+ 1			
m	382	382				
δ	468	468		608	608	
γ	609	595	—14	565	561	— 4
ρ		447			547	
β	447	430	—17	516	511	— 5
α	301	301		473	462	—11
π	292	292		487	475	—12
κ	410	420	+10	327	327	
φ		385		•	355	
γ′		412			327	
ι	540	547	+ 7	349	350	+ 1
υ	537	•549	+12	326	301	—25
ϑ	587	566	—21	371	369	— 2
τ	598	587	—11	335	325	—10
σ	477	472	— 5	385	384	— 1
η	441	427	—14	387	391	+ 4
ζ		332			397	

	p, P	p P	Diff.	p, M	p M	Diff.
ξ	566	566		108	108	
ν	520	520		185	177	— 8
μ		471			245	
λ	359			320		
ο	589			45		

Columna p, P continet chordes extenses a punctis, quorum literae in figura 16. indicibus notatae sunt, quorum singula symmetrice respondent singulis punctis, quae iisdem literis sine indicibus sunt designeta. Respondent haec puncta horis antemeridianis, illa horis pomeridianis.

Computandae nunc e mensuris tabulee hujus coordinatac polares singulorum punctorum. Hec in supputatione usus eum tabula chordarum computata pro radio =1000, itaque e radio 441,94 transeundum eret ad redium 1000, tunc anguli chordis respondentes e tabule chordarum sumendi. Coordinatas polares hunc in modum disposui: conspicuus est in hemisphaerio circulus meximus, meridieno respondens P′P″; hujus ad normem fingatur alter circulus maximus, meridieni circulum in puncto M secans; computabuntur

angulus v inde a circulo maximo, quem dixi, eecundo versus polos P′ vel P″, usque ad 90°, versus P′ (meridiem versue) positivus, versus P″ (septentrionem versus) negativus

angulus w inde a puncto M in peripheria circuli meximi, quem dixi, secundt usque ed 90°, orientem versus positivus, occidentem versus negativue.

Designet C chordem hemisphaerii ad radium 441,94 referendam, C′ chordam pro radio 1000, formulee habebimus hasce (cf. fig. 17)

1) $\lg C' = \lg C - 9{,}64536$

2) $v \quad = 90° - \text{ero } pP$

3) $\cos w = \dfrac{\cos\ (\text{arc}\ \ pM)}{\cos v}$

estqus animadvertendum his formulis obtineri velores absolutos angulorum v et w, signum pro regulis modo propositis addendum esse.

Supputatio hosce reddidit angulos: **T a b. II.**

p	εε,	mm,	δδ,	γγ,	ρ	ββ,	αα,	ππ,
chord. pP	247 (P″)	382 (P″)	468 (P″)	602 (P′)	447 (P′)	439 (P′)	301 (P′)	292 (P′)
chord. pM			608	563	547	514	468	481
arc pP	32° 27′	51° 13′	63° 57′	85° 51′	60° 46′	59° 33′	39° 48′	38° 33′
arc pM			86° 54′	79° 9′	78° 28′	71° 9′	63° 57′	65° 58′
v	−57° 33′	−38° 47′	−26° 3′	+ 4° 9′	+29° 14′	+30° 27′	+50° 12′	+51° 27′
w	∓90° 0′	∓90° 0′	∓86° 33′	∓79° 7′	−74° 27′	∓67° 59′	∓46° 41′	∓49° 12′

Tab. II.

p	$\varkappa\varkappa_,$	φ	φ'	$\iota\iota_,$	$\upsilon\upsilon_,$	$\vartheta\vartheta_,$	$\tau\tau_,$	$\sigma\sigma_,$	$\eta\eta_,$	ζ
chord. pP	415 (P″)	385 (P″)	412 (P″)	544 (P″)	543 (P″)	577 (P′)	593 (P′)	475 (P′)	434 (P′)	332 (P′)
chord. pM	327	355	327	350	314	370	330	385	389	397
arc pP	56° 0′	51° 40′	55° 33′	76° 0′	75° 48′	81° 32′	84° 19′	64° 59′	58° 48′	44° 8′
arc pM	43° 27′	47° 21′	43° 27′	46° 40′	41° 37′	49° 29′	43° 50′	51° 40′	52° 12′	53° 21′
v	-34° 0′	-38° 20′	-34° 27′	-14° 0′	-14° 12′	+8° 28′	+5° 41′	+25° 1′	+31° 12′	+45° 52′
w	∓28° 52′	-30° 16′	-28° 19′	∓44° 59′	∓39° 32′,5	∓48° 56′,5	∓43° 32′	∓46° 48′	∓44° 14′	-30° 59′

p	$\zeta\zeta_1$	$\nu\nu_1$	μ	λ	o
chord. p P	566 (P′)	520 (P′)	471 (P′)	359 (P″)	589 (P′)
chord. p M	108	181	245	320	45
arc p P	79° 39′	72° 3′	64° 23′	47° 56′	83° 33′
arc p M	14° 1′	23° 36′	32° 12′	42° 28′	5° 50′
v	+ 10° 21′	+ 17° 57′	+ 25° 37′	- 42° 4′	+ 6° 27′
w	∓ 9° 30′	∓ 15° 35′	- 20° 13′	0° 0′	0° 0′

ubi mensurae chordarum, ad calculum adhibitae, sunt media arithmetice, sumta e mensuris binarum chordarum symmetrice positarum in tabule I. propositis.

Quum vero fecerem mensuram chordarum illarum in horologio obvierum, deprehendi etiam ope circini, aequales esse chordes, ergo etiam arcus $o\lambda$ et $\lambda P''$, item, colloceto circini centro in puncto o ac diducto circino ad punctum λ, circinum ite epertum accurate describere curvam $\zeta\eta\sigma\vartheta\iota\varkappa\varphi'\lambda\varkappa_1\iota_1\vartheta_1\sigma_1\eta_1$, hanc ergo curvam esse circulum minorem sphaerae horologii ejusque polum esse punctum o.

Haec vero ita observeta inservient exeminandis angulis e mensura chordarum modo supputatis.

Invenimus autem $o\lambda = oM + M\lambda = 48° \; 18' \ldots \lambda P'' = 47° \; 56'$, Diff. $= 22'$;

quum vero $\dfrac{\text{chord.}}{2} : \text{rad.} = \sin \dfrac{\text{erc}}{2}$

habemus $d\,C = \dfrac{441{,}94 \cos \dfrac{\text{erc}}{2} \cdot d\,\text{arc}}{3437{,}7}$ ubi d arc expressum est minu-

tis primis, dC vero decimis lineae Rhenanae decimalis; eritque

$$0^\circ < \text{arc} < 90^\circ \quad \text{ergo } 0^\circ < \frac{\text{arc}}{2} < 45^\circ \text{, unde fit}$$

$$0{,}12856 > \frac{d\,C}{d\ \text{arc}} > 0{,}09090$$

et pro d arc = 22′ obtinemus 2, 83 > dC > 2,00 h. e. circiter d C =

$= \frac{1}{4}$ lin. Rhen. dec. Videmus ergo quentulus sit error mensurae, inter tres ceterum angulos ${}_{o}M$, ${}_{\lambda}M$, ${}_{\lambda}P''$ distribuendus, differentiae observatae respondens; bujus erroris sine dubio causa etiam ox parte quidem hebenda est, quod haud exacte sphaerica cavatio superficiei horologicae.

Alterum vero exemen, repetendum e singulis eirculi illius minoris punctis, hunc in modum institui. Transformavi coordinatas rationibus sequentibus (cf. fig. 18):

$$\sin v' = \sin v \sin i' + \cos v \cos i' \cos w$$

$$\cos v' \sin w' = \cos v \sin w$$

$$\cos v' \cos w' = \cos i' \sin v - \sin i' \cos v \cos w$$

unde deduxi formulas hasce ad calculum logarithmicum accomodetas

$$4)\ \operatorname{tg} N'' = \frac{\operatorname{tg} v}{\operatorname{tg} w} \quad 5)\ \operatorname{tg} w' = \frac{\cos N''}{\sin (N''-i')} \cdot \operatorname{tg} w \quad 6)\ \operatorname{tg} v' = \operatorname{cotg} (N''-i') \cos w'$$

aequatio probatoria erit $7)\ \frac{\cos v.\ \cos w}{\cos v'.\ \cos w'} = \frac{\cos N''}{\sin (N''-i')}$

ubi angulus v introducendus in calculum cum suo signo, anguli w contra sumendus tantum valor absolutus, quum nihil efficiet ad rem utra a parte meridiani posita sint singula, quae spectamus, puncta. Erit angulus $v' < 90^\circ$ et positivus (pro iis, in quae hic inquirimus, punctis) angulus $w' < 180^\circ$ et positivus. Significatio anguli auxiliaris explicatur figuris 19 et 20, quorum prior respondet angulo v positivo, altera vero angulo v negativo; latus sphaericum N″ hebendum est positivum, quando cadit in continuationem arcus ${}_{o}P'$, negativum quando extenditur a P′ versus o.

Ad bene determinandum angulum constantem i′ adhibui medium sumtum e

quatuor angulis, quorum chordae separatim erant dimensae, nempe

$$\begin{aligned} {}_{o}M &= 5^\circ\ 50' \\ 90^\circ - {}_{o}P' &= 6^\circ\ 27' \\ 90^\circ - 2.\lambda M &= 5^\circ\ 4' \\ 2.\lambda P'' - 90^\circ &= 5^\circ\ 52' \\ \hline i' &= 5^\circ\ 48' \end{aligned}$$

Hoc angulo i' usus, invani valores sequentes

T a b. III.

p	w'	v'
ζ	28° 44' 0"	41° 47' 23"
η	52° 46' 5"	41° 27' 35"
σ	61° 32' 34"	41° 17' 50"
ϑ	83° 48' 54"	41° 23' 34"
ι	114° 19' 23"	41° 10' 21"

p	w'	v'
κ	147° 33' 34"	41° 44' 36"
φ'	148° 24' 51"	41° 41' 14"
λ	180° 0' 0"	42° 8' 0"
τ	87° 51' 34"	46° 41' 42"
υ	117° 22' 38"	45° 58' 14"

Exspactabamus fore, ut pro omnibus punctis hic adhibitis (axeeptis τ et υ) evadat $v' = 90^\circ - \frac{90 + i'}{2} = 42^\circ\ 6'$, contra vero omnes angulos v' minores invenimus; aberrationis hujus causao eaedem, quae supra allatae sunt. Ceterum aberratio nusquam assequitur valorem unius gradus, habemus vero pro d arc $= 1^\circ\ 0''',77 > dC > 0''',55$. Exhibet ergo examen jam institutum consensum eum, quem axspectare licuit.

Clarissime jam totius horologii cum lineis, quae in illo descriptae sunt, adspectus persuadet nobis, circulum hunc minorem, de quo modo egimus, esse curvam diurnam aequinoctialem sive aequatorealem; quod caeterum probabo etiam, accuratum singulorum horologii punctorum cum hac conjectura consensum demonstraturus †).

†) Synthetica haec via nobis ingredienda est, quum ignotus locus, quem tenebat in horologio apex styli, sive punctum illud, per quod ductus radius solis describebat in superficie solarii curvas

Ut vero habeamus pro curva aequinoctiali minorem illum circulum, primo loco suadet, quod omnia ejus puncta eadem posita sunt in planitie; sol enim aequi-

---

horologicas. Spectantes annum ac diurnos solis per coelum motus, comparantes cum illis lineas in horologia descriptas, deprehendere studere debemus nexum inter utrosque quam probabilissimum. Conjectura opus esse analyticis etiam rationibus hisce probari potest. Sit (fig. 21) O locus quilibet, incognitus, quem tenet apex styli, p punctum superficiei hemisphaericae, in quod apex styli umbram projicit. In puncto O, cujus umbra p, axes rectangulares ita disponantur, ut axis OZ parallelus sit axi mundi, OX a septentrione ad meridiem, OY ab occidente ad orientem extensus. Sit δ declinatio solis, τ angulus horarius, coordinatae puncti p determinatae erunt aequationibus

$$x = r \cos \delta \cos \tau$$
$$y = r \cos \delta \sin \tau$$
$$z = r \sin \delta$$

sumamusque directianem positivam coordinatarum

x ad septentrionem
y ad orientem
z ad meridiem vergere.

In centro sphaerae alterum disponamus systema axium rectangularium, iis, quos modo descripsi, parallelorum. Coordinatae puncti p, quum ad novum hoc systema axium referantur, efficient aequationes

$$X = R \cos v, \cos w,$$
$$Y = R \cos v, \sin w,$$
$$Z = R \sin v,$$

ubi R radius constans hemisphaerii et R, v,, w, coordinatae polares puncti p relatae ad centrum sphaerae. Sint porro x', y', z' coordinatae centri sphaerae, quum referuntur ad apicem styli O: sequitur:

$$X = x - x' \;,\; Y = y - y' \;,\; Z = z - z' \qquad \text{sive}$$
$$R \cos v, \cos w, = r \cos \delta \cos \tau - x'$$
$$R \cos v, \sin w, = r \cos \delta \sin \tau - y'$$
$$R \sin v, = r \sin \delta - z'$$

Ex harum aequationum forma facile intelligitur eas, solis R, v,, w, cognitis ad computandas coordinatas x', y', z', etiamsi hasce constantes esse ponamus, non sufficere. Dato enim puncto superficiei sphaericae, h. e. datis R, v,, w,, involvunt hae aequationes sex quantitates incognitas, quarum tres r, δ, τ simul cum puncto superficiei variant. Itaque, quotquot puncta superficiei, quorum numerus sit $n-1$, praeter primum illud adsciscentes, habebimus systema $3n$ aequationum, $3n+3$ quantitates incognitas implicantium, quibus determinandis hae aequationes non sufficiunt.

Conjectura igitur opus est, qua aut deprehendantur certi quidam anguli v, et w,, ut certis quibusdam angulis δ et τ pro horologica quadam ratione respondentes — et probabitur tunc quidem facta conjectura, si singula superficiei horologicae puncta, adhibitis ad calculum angulis v,, w,, δ, τ e conjectura sibi respondentibus, easdem omnia reddent coordinatas apicis styli $-x'$, $-y'$, $-z'$ ad centrum sphaerae referendas.

Aut determinabimus conjectura ipsam positionem apicis styli, id quod jam hic fiet, et conjecturata hac positione apicis styli ad calculum adhibita, examinabimus, quinam anguli δ et τ evadant pro singulis et cognitis v, et w,. Tunc, si deprehenditur in angulis δ et τ ita

noctio movetur in aequatore, quippe in maximo quodam sphaerae coelestis circulo, cujus ergo in planitie positus apex styli (quoniam unusquisque locus terrae centrum coeli), quod caeteris circulis parallelis, in quibus aliis temporibus sol movetur, non aeque contingit; quum vero positus sit apex styli in planitie circuli diurni, quem sol in coelo describit, curva diurna horologica, aequinoctio respondens, erit intersectio planitiei, aequatori parallelae, per apicem styli collocatae, cum superficie horologii; quae superficies, quum hoc in solario sit sphaerica, intersectio illa, ergo etiam curva aequinoctialis, erit circulus; respondet jam huic postulato circulus minor, de quo agimus. Invenimus modo apicem styli in planitie hujus circuli aequinoctialis esse collocatum; deinde symmetria in totius horologii descriptione conspicua persuadet, apicem styli collocatum fuisse in planitie maximi illius circuli P′P″ totum horologii hemisphaerium in duas partes aequales dividentis, qui procul dubio meridiano respondet; denique lacuna quadrangula in postico latere horologii obvia, ut supra exposui, probat, apicem styli fuisse hoc in solario aperturam, qua hemisphaerii superficies erat perforata, ergo apicem styli collocatum fuisse in superficie hemisphaerii excavati. Determinatus ergo est locus O, quem tenebat apex styli sive (quod idem efficit) apertura, per quam immittebatur radius solis, tanquam intersectio trium superficierum, sive tanquam intersectio circuli aequinoctialis et circuli meridiani, qui jam ipsi sunt intersectiones planitierum suarum cum hemisphaerica horologii superficie.

Unde derivamus coordinatas polares puncti O

$$v_0 = oM + o\lambda = 2.oM + M\lambda = 54^\circ\ 8'$$

vel potius, ut emendatioribus utar valoribus,

$$v_0 = i' + \frac{90 + i'}{2} = +\ 53^\circ\ 42'$$

$$w_0 = 0^\circ\ 0'$$

Quum vero viderimus aequinoctio moveri solem in planitie circuli minoris $\zeta\eta\sigma\vartheta\iota\varkappa\varphi'\lambda\varkappa,\iota,\vartheta,\sigma,\eta,$, item foramen, per quod immittitur radius solis, in hujus circuli peripheria esse positum, quum praeterea liqueat angulos w′ in tabula III. propositos esse simul arcus hujus minoris circuli, relatos ad ejus centrum o', sequitur (cf. fig. 22.)

$$\frac{(180^\circ - w')}{2} = \tau$$

ubi τ aequinoctialis solis angulus horarius. Invenimus hoc modo respondere singulis punctis angulos horarios hosce:

inventis horologica quaedam ratio et consilium conspicuum ad horas monstrandas tendens, conjecturata styli positio pro confirmata probataque erit habenda.

T a b. IV.

p	τ	p	τ
ζ	75° 38′ 0″		
η	63° 36′ 58″	σ	59° 13′ 43″
ϑ	48° 5′ 33″	τ	46° 4′ 13″
ι	32° 50′ 19″	υ	31° 18′ 41″
κ	16° 13′ 13″	φ′	15° 47′ 35″
λ	0°		

respondent autem aequinoctiali tempore

anguli solis horarii	horis temporalibus
90°	0, XII
75°	I, XI
60°	II, X
45°	III, IX
30°	IV, VIII
15°	V, VII
0°	VI

qui si comparantur cum angulis tabulae IV, qui respondent punctis circuli minoris, neminem effugere posse arbitror, tum consensum inter utrosque obvium, tum consilium insigniter conspicuum emendandi puncta η, ϑ, ι, κ ope punctorum σ, τ, υ, φ′. Jure igitur conjecturamus curvas ζπ, ηβ, μϑγ, νιδ, ζκε, ολP″, ζ,κ,ε,, ν,ι,δ,, ϑ,γ,, η,β,, α, esse curvas horarias, curvas autem σρ, μτ, νυ, ξφ′, ν,υ,, τ,, σ, a secunda manu esse profectas, ut accuratius etiam horis indicandis respondeant; haec conjectura ulterius jam est probanda.

Primo loco, quum demonstraverim, punctum O, per quod ductus radius solis describit curvas horarias, fuisse foramen in superficie horologii positum, paullulum meditanti liquebit, curvas diurnas ab hoc puncto superficiei O necessario exordium capere et necessario etiam ad hoc punctum redire, quam tamen in rem accuratius infra inquiram. Ipsius monumenti vero adspectus veri simillimum reddit curvas $\alpha\beta\gamma\delta m \varepsilon P''\varepsilon, m, \delta, \gamma, \beta, \alpha$ et $\mu\nu\xi o\xi, \nu,$ concurrisse cum circulo aequinoctiali in uno eodemque circuli meridiani puncto, unde videatur concludendum esse has curvas fuisse diurnas, nimirum solstitiales; difficilis tamen dijudicatu res, quum haec potissimum marmoris pars effracta, in qua positum erat foramen O.

Deinde autem vidimus foramen O positum fuisse in peripheria circuli meridiani $P'P''$, cujus centrum centrum hemisphaerii horologici C (cf. fig. 23.); obtinemus inde

$$oO\lambda = \frac{1}{2} \text{ arc } o\lambda \quad , \quad P''O\lambda = \frac{1}{2} \text{ arc } \lambda P''$$

erat autem $\quad o\lambda = \lambda P'' = \dfrac{90 + i'}{2}$

ergo $\quad oO\lambda = P''O\lambda = \dfrac{90 + i'}{4} = 23^{0}\ 57'$

insignis est hujus valoris consensus cum praecepto Vitruvii, qui in analemmatis expositione docet, pro obliquitate eclipticees sumendam esse circinationis totius partem quintam decimam h. e. angulum 24°. Si vero $O\lambda$ radius solis aequinoctialis meridianus, quod jam certum constat, uterque autem angulus $oO\lambda$ et $P''O\lambda$ aequalis obliquitati eclipticees, $\dot{O}o$ et OP'' erunt radii solis meridiani, alter solstitialis aestivus, alter brumalis. Haec reputantibus verisimillima jam arridebit conjectura curvam $\alpha\beta\gamma\delta m \varepsilon P''\varepsilon, m, \delta, \gamma, \beta, \alpha,$ fuisse diurnam brumalem, curvam $\mu\nu\xi o\xi, \nu,$ solstitialem aestivam. Sed accuratius etiam examinandae sunt hae conjecturae.

Sit centrum sphaerae C initium systematis coordinatarum rectangularium (cf. fig. 24.), quarum axis CX continuatio sit lineae CM, in plano vero (yz) ad hunc axim perpendiculari axis CY extensa sit ab oriente ad occidentem, axis CZ a meridie ad septentrionem; ponamus etiam vergere directionem positivam coordinatarum

x ab initio C versus punctum M
y versus orientem
z versus meridiem

erit
$$R \sin v = z$$
$$R \cos v \sin w = y$$
$$R \cos v \cos w = x$$

Alterum deinde disponamus systema axium rectangularium, cujus initium sit apex gnomonis, sive foramen O; horum axis OZ′ parallelus sit axi mundi, in plano vero ad hunc perpendiculari, aequatori parallelo, axis OX′ sit intersectio cum plano meridiani, axis OY′ ab oriente ad occidentem extensus, vergatque directio positiva coordinatarum

x' ad septentrionem
y' ad orientem
z' ad meridiem

erit
$$r \sin \delta = z'$$
$$r \cos \delta \sin \tau = y'$$
$$r \cos \delta \cos \tau = x'$$

Jam, si i angulus, quem includit directio positiva axis CZ cum directione positiva axis OZ′, quippe quum uterque axis positus in plano meridiani, sequitur (cf. fig. 25.)

$$x = z' \sin i + x' \cos i + R \cos v_0$$
$$y = y'$$
$$z = z' \cos i - x' \sin i + R \sin v_0$$

ubi v_0 coordinata polaria foraminis supra explicata, R radius hemisphaerii horologici. Inde obtinemus

$$R \cos v \cos w = r \{\sin \delta \sin i + \cos \delta \cos \tau \cos i\} + R \cos v_0$$
$$R \cos v \sin w = r \cos \delta \sin \tau$$
$$R \sin v = r . \{\sin \delta \cos i - \cos \delta \cos \tau \sin i\} + R \sin v_0$$

Triangulo usus auxiliari sphaerico (fig. 26.) has formulas ita transformavi

$$\frac{R (\cos v . \cos w - \cos v_0)}{r} = \sin \delta \sin i + \cos \delta \cos \tau \cos i = \cos a$$

$$\frac{R \cos v . \sin w}{r} = \cos \delta . \sin \tau = \sin a \sin B$$

$$\frac{R (\sin v - \sin v_0)}{r} = \sin \delta \cos i - \cos \delta \cos \tau . \sin i = \sin a \cos B \ \dagger)$$

Ex his aequationibus fit 8) $\operatorname{tg} B = \dfrac{\cos v . \sin w}{\sin v - \sin v_0}$

9 et 10) $\operatorname{tg} a = \dfrac{\cos v . \sin w}{(\cos v . \cos w - \cos v_0) \sin B} = \dfrac{\sin v - \sin v_0}{(\cos v . \cos w - \cos v_0) \cos B}$

inservietque harum ulteriorum aequationum altera calculo examinando.

Quum vero notus sit valor anguli i, habemus (cf. fig. 28.)

$$\sin \delta = \cos a \sin i + \sin a \cos i \cos B$$
$$\cos \delta \sin \tau = \sin a . \sin B$$
$$\cos \delta \cos \tau = \cos i \cos a - \sin i \sin a \cos B$$

unde deduxi formulas hasce ad calculum logarithmicum accomodatas

---

†) Si errore exemptae ratiocinationes huc usque expositae, membra sinistra harum aequationum ad secundam potestatem elevata et inter se addita 1 efficere debent. Revera invenimus:

$$\frac{R^2}{r^2} \left\{ \begin{array}{l} \cos v^2 \cos w^2 - 2 \cos v \cos w \cos v_0 + \cos v_0^2 \\ + \cos v^2 \sin w^2 \\ + \sin v^2 - 2 \sin v \sin v_0 + \sin v_0^2 \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{2 R^2 - 2 R^2 \left\{ \cos v \cos w \cos v_0 + \sin v \sin v_0 \right\}}{r^2} = \frac{2 R^2 - 2 R^2 \cos O p,}{r^2} = 1$$

cf. fig. 27, ubi p, punctum quodlibet superficiei horologicae.

$$11)\quad \operatorname{tg} N' = \operatorname{tg} a . \cos B$$

$$12)\quad \operatorname{tg} \tau = \frac{\sin N'}{\cos (i+N')} \operatorname{tg} B \qquad 13)\quad \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} (i+N') \cos \tau$$

aequatio probatoria erit $14)\ \frac{\sin N'}{\cos (i+N')} = \frac{\sin a . \cos B}{\cos \delta . \cos \tau}$

Significatio anguli auxiliaris N' explicatur figura 29, est enim N' arcus meridiani inde a puncto J extensus, quem secat perpendiculum sphaericum e puncto, quod occupat sol, ad meridianum deductum; erit angulus N' positivus, quando extenditur arcus ille versus polum, negativus, quando tendit versus aequatorem; hac in supputatione propter exiguitatem anguli (90—i) semper negativus evadet.

Adhibitis ad calculum formulis 8)—14) et angulis constantibus

$v_0 = + 53^\circ\ 42'$
$i\ = 90 - i' = 84^\circ\ 12'$ (cf. fig. 24)

inveni respondere singulis punctis horologii declinationes et angulos horarios illos, quos exhibet tabula sequens, illis horum angulorum valoribus, qui pro facta conjectura exspectabantur, appositis, ut facilius utrique possint comparari.

Tab. V.

		τ = o	τ = 15°		τ = 30°		
		o	ξ		ν		
δ = + 24°	δ	+23° 58′ 0″	+ 24° 41′ 15″		+24° 54′ 29″		
	τ	0° 0′ 0″	13° 47′ 40″		25° 49′ 43″		
		λ	x	φ′	• •	υ	
δ = 0°	δ	+ 0° 1′ 0″	- 0° 11′ 7″	- 0° 12′ 52″	- 0° 31′ 38″	+ 2° 15′ 53″	
	τ	0° 0′ 0″	16° 15′ 57″	15° 50′ 42″	33° 6′ 11″	30° 10′ 23″	
		P″	ε	m	ð		
δ = — 24°	δ	- 23° 57′ 0″	- 24° 20′ 47″	- 25° 1′ 13″	- 23° 59′ 14″		
	τ	0° 0′ 0″	18° 44′ 25″	29° 43′ 37″	37° 7′ 58″		

		τ = 45°		τ = 60°		τ = 75°	
		μ					
δ = + 24°	δ	+23° 4′ 14″					
	τ	38° 6′ 14″					
		ϑ	τ	η	σ	ζ	
δ = 0°	δ	- 0° 31′ 46″	+ 3° 18′ 29″	- 0° 43′ 16″	- 0° 47′ 24″	- 0° 37′ 0″	
	τ	48° 26′ 37″	43° 44′ 2″	64° 11′ 33″	59° 49′ 58″	76° 10′ 7″	†)
		γ		β	ϱ	α	π
δ = — 24°	δ	- 21° 40′ 3″		-19° 26′ 8″	-23° 40′ 0″	-18° 29′ 20″	-21° 32′ 41″
	τ	54° 52′ 31″		71° 18′ 12″	71° 35′ 43″	87° 17′ 40″	89° 23′ 0″

†) **Quaeri poterit, cur differant hae in tabula anguli τ curvae aequinoctialis a valoribus tabulae IV. Exhibet vero tabula V valores τ, qui respondent ipsis punctis ζ, η, σ etc. a vera curva aequinoctiali (uti docent appositi valores δ) paullulum declinantibus; contra tabula IV. valores τ, qui respondent punctis, in quibus secant veram curvam aequinoctialem circuli maximi e puncto o tanquam a polo per puncta ζ, η, σ etc. ducti.**

Maximus obvius est consensus in curva aequinoctiali, maxima discrepantia in curva brumali. Haec tamen discrepantia minime necopinata jam apparet. Nam primum quidem animum advertentes, quaenam fuerit diligentia et subtilitas sculpturae in elaborando hoc monumento adhibita, puncta etiam curvarum primariarum (nec jam illarum, quas a secunda manu additas esse dixi, quae magis etiam inter se discrepant) tantopere a symmetria aberrare videmus, ut chordae sibi respondentes (cf. Tab. I.) vel 2''',1 inter se differant; quum vero demonstraverim errorem chordae 0''',1 respondere circiter errori arcus 10', solus ille sculpturae lapsus gradibus expressus 3°,5 efficit; errores ergo hujus magnitudinis ne evitare quidem studuit opifex, licet accurate noverit locum sculptura signandum.

Nec mirum ergo longe majora etiam peccata manasse a difficultatibus, quas afferebat descriptio curvarum solstitialium et horariarum in superficie hac curvata veteribus, graphicas tantum methodos adhibere peritis.

Tamen colligi certe posse censeo e valoribus tabulae V duo pro non dubiis habenda: primum quidem opificem elaborare voluisse horologium horas aequinoctiales monstraturum; alterum vero, id quod jam docuit ex parte tabula IV, curvas, quas saepe dixi, additas esse curvis primariis, ut hasce emendarent, accuratius illis horas monstrando (cf. imprimis angulos horarios aequinoctiales tabulae V). †)

Ut vero accuratius cognoscantur difficultates cum curvis horologii hujus recte describendis conjunctae, pluribus nunc inquiram tum analytice, tum calculo astronomico, quaenam sit vera et exacta descriptio horologii horas aequinoctiales eo modo, cujus factum est periculum in monumento nostro, monstrantis.

Primum jam in parando lapide, e quo excavandum erat hemisphaerium horologicum plura erant observanda. Tum enim commodum, tum elegantia duo quodammodo poscere videbantur: primum ut curva solstitialis hiberna tangat marginem

†) Hic nonnulli veterum scriptorum pervolutatores meminerint fortasse loci Pliniani (Hist. nat. XXXVI, 10) ubi dicit de gnomone, quem paravit Augustus in Campo Martio: „Haec observatio triginta jam fere annis non congruit, sive solis ipsius dissono cursu et caeli aliqua ratione mutato, sive universa tellure aliquid a centro suo dimota, ut deprehendi et in aliis locis accipio: sive Urbis tremoribus, ibi tantum gnomone intorto: sive inundationibus Tiberis sedimento molis facto“ putabuntque simili causa externa, veluti terrae tremore, fuisse vitiatam monumenti nostri positionem forte an illo modo, quem indicat figura 30, praesertim quum curvarum emendatoriarum fines r, v, r,, v, a curva aequinoctiali primaria versus meridiem recedant. Contra haec observandum, ejusmodi vitium longe simplicius emendari potuisse iterata et emendata horologii constitutione, quam novis curvis marmori incisis: deinde vero curvas primarias instrumenti nostri, etsi recte accurateque constituti, uti jam vidimus, ab horis monstrandis plus minus aberrasse. Quod vero attinet ad mutationes coelestes, nempe praecessionem et nutationem, deprehensas fortasse aberratione illius gnomonis, qui erat 116¾ pedum, praeter basim obelisci, de illis in monumento nostro, cujus ipsa sculptura vel vitiis 3,5 graduum non est exempta, observandis quaestio nimirum esse non potest.

hemisphaerii in puncto P″, h. e. ut radius solis brumalis meridianus incidat in illud punctum; alterum vero ut apertura O perforet latus posticum, quo loci tenuissimum erat marmor. Conjuncta haec duo postulata determinant angulum α, quem includere debebat latus posticum AB (fig. 31) cum planitie AD, e qua excavendum erat hemisphaerium. Determinatus enim est angulus $P''O\lambda = \varepsilon$, ubi ε obliquitas eclipticae et $O\lambda$ radius aequinoctialis meridianus, aequatori parallelus, unde sequitur $\lambda OB = \varphi$, ubi φ altitudo poli. Quum vero foramen O collocandum sit in tenuissima parte marmoris, tanget linea verticalis AB peripheriam in puncto O eritque CO perpendicularis ad AB; ex his ita positis pro cognitis circuli proprietatibus sequitur

$$90 - \alpha = 180 - 2\varphi - 2\varepsilon \quad \text{sive} \quad \odot \cdots) \; \alpha = 2(\varphi + \varepsilon) - 90$$

Neque vero hoc revera sequutus est consilium opifex monumenti nostri, sed id potius spectavit, ut punctum σ, in quod incidit radius solstitialis aestivus meridianus, quod ergo a puncto λ distat arcu determinato $\sigma\lambda = 2\varepsilon$ (unde $\lambda O \sigma = \varepsilon$), medium sit inter aperturam O et punctum λ, sive ut polus curvae aequinoctialis, quam vidimus esse circulum aequatori parallelum, incidat in punctum meridianum curvae solstitialis aestivae σ, quod per se minime erat necessarium. Nihilominus foramen O in instrumento nostro, etsi hoc altero consilio determinatum, incidit fere in ipsam tenuissimam marmoris partem; quum enim descriptum sit hocce horologium pro altitudine 41° 29′,5 (ut infra demonstrabo) et quum pro altero illo consilio, modo exposito, in monumento nostro revera obvio, sit etiam $OC\sigma = 2\varepsilon$ (fig. 32), unde fit

$CO\lambda = 90 - 2\varepsilon$, ergo $\alpha = 180 - \{180 - 6\varepsilon\} - \{180 - \varphi - (90 - 2\varepsilon)\}$. sive

$$☾ \cdots) \; \alpha = 4\varepsilon + \varphi - 90,$$

quum praeterea in instrumento nostro sit $\varepsilon = 23° \, 57'$:

obtinemus ex aequatione $☾ \cdots) \quad \alpha = 47° \, 17',5$

contra ex aequatione $\odot \cdots) \quad \alpha = 40° \, 53'$

Differentia hic obvia ad usum hic spectatum nihil fere efficit, sed evidenter patet, quanto magis differat φ a 2ε, tanto magis etiam differre valorem α utriusque aequationis, tanto magis ergo regulam sculpturae a me supra propositam in parando lapide esse observandam.

Parato ita lapide, excavato hemisphaerio, determinato puncto O, per quod incidit radius solis, quaeritur de curvis diurnis.

Erunt haece intersectiones hemisphaerii horologici cum superficiebus conicis, quarum vertex punctum O, collocatis per circulum coeli parallelum, in quo movetur sol. Aequationes earum facile inveniuntur. Sit centrum hemisphaerii C (fig. 33) initium coordinatarum rectangularium, quarum axis CZ′ parallelus sit axi mundi, in plano vero (x′ y′) ad hunc axim perpendiculari sit CX′ intersectio cum plano meridiani, axis

autem CY′ ab oriente ad occidentem extensus; deinde alterum systema axium rectangularium OX, OY, OZ, axibus CX′, CY′, CZ′ parallelorum, disponamus in puncto O. Erit aequatio sphaerae horologicae

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = R^2$$

Contra vero aequatio coni, qui illam secat,

$$y^2 + x^2 - z^2 \operatorname{cotg} \delta^2 = 0$$, ubi δ declinatio solis,

et quum $x' = x + R \cos \omega$, $y' = y$, $z' = + R \sin \omega$ transformabitur aequatio sphaerae in hancce

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2R \{x \cos \omega + z \sin \omega\} = 0$$

quae aequatio combinata cum aequationo coni repraesentat curvam diurnam declinationi solis δ respondentem, quae erit duplicis curvaturae. Hujus curvae dupliciter curvatae projectio in planum meridiani (x z) repraesentatur aequatione sectionis conicae

$$\frac{z^2}{2R \sin \delta^2} + z \sin \omega + x \cos \omega = 0$$

projectio in planum aequatoris (x y) aequatione

$$\frac{(x^2 + y^2)^2}{4R^2 \cos \delta^4} + \frac{x^2 + y^2}{R \cos \delta^2} x \cos \omega + x^2 \left(1 - \frac{\sin \omega^2}{\cos \delta^2}\right) - y^2 \frac{\sin \omega^2}{\operatorname{cotg} \delta^2} = 0$$

projectio in planum (y z) aequatione

$$\frac{z^4}{4R^2 \sin \delta^4} + z^3 \frac{\sin \omega}{R \sin \delta^2} + z^2 \left(1 - \frac{\cos \omega^2}{\sin \delta^2}\right) + y^2 \cos \omega^2 = 0$$

Pro $\delta = 0$ aequatio coni, quam proposui, fit illusoria et in ejus locum substituenda est aequatio planitiei $z = 0$, unde obtinemus projectionem curvae aequinoctialis in planum aequatoris (h. e. in planum suum)

$$x^2 + y^2 = -2R x \cos \omega \dagger)$$

quae est aequatio verticis circuli, cujus radius $= - R \cos \omega$, sive quum pro $z = 0$ possit scribi $z' = R \sin \omega$ ejusdem projectionis aequatio erit

$$x'^2 + y'^2 = R^2 (1 - \sin \omega^2) = R^2 \cos \omega^2$$

Videmus ergo curvam aequinoctialem esse circulum minorem superficiei hemisphaericae ejusque radium esse $= R \cos \omega$.

---

†) Idem etiam obtinemus substituentes in aequationem projectionis in planum aequatoris modo supra propositam valorem $\delta = o$.

Transeamus jam ad curvarum horariarum indagationem. Spectetur nunc apertura O tanquam centrum coeli; plana circulorum horariorum coelestium per O collocata secabunt sphaericam superficiem horologicam in circulis minoribus, qui erunt curvae horariae solarii. Axis vero, ad quem referendus erit ejusmodi circulus horarius horologii tanquam circulus minor, sive circulus parallelus, duabus determinatus erit proprietatibus, altera quod trajectus est per centrum C superficiei horologicae, altera vero quod perpendicularis est ad planum circuli horarii, unde sequitur hunc axim tum parallelum esse plano aequatoris, tum includere cum linea recta perpendiculari ad planum meridiani et collocata per centrum C eundem angulum horarium τ, quem includit cum plano meridiani planum circuli horarii, cui respondet hic axis.

Punctum vero, in quo secat superficiem sphaerae horologicae hic axis, erit polus circuli minoris horarii, et quum viderimus axes omnium circulorum horariorum trajectos esse per centrum sphaerae C et parallelos esse plano aequatoris, sequitur polos utrosque omnium circulorum horariorum positos esse in peripheria circuli maximi, cujus polus est punctum o sive polus circuli aequinoctialis, aequatori paralleli. Hujus tamen circuli maximi (quum polus ejus diversus sit a polo M circuli maximi, qui terminat hemisphaerium solarii nostri tanquam margo) alterum dumtaxat dimidium, alteros circulorum horariorum polos continens, cadet in hemisphaerium horologicum, et linea ducta a centro hemisphaerii C ad punctum K (fig. 34), in quo secat marginem hemisphaerii hemicyclus ille K K′ K″, perpendicularis erit ad planum meridiani, quoniam K punctum intersectionis duorum circulorum maximorum, quorum poli o et M collocati sunt in circulo maximo meridiani.

Cum hac ergo linea CK axis CH circuli horarii O s a b pro causis supra expositis eundem includet angulum τ, quem includit planum circuli O s a b cum plano meridiani, ut vero omnia exacte determinentur notandum est, verum angulum horarium cum suo signo sumtum, cui respondet circulus horarius a polo H descriptus, horis antemeridianis aequalem esse angulo $-K''CH$, horis vero pomeridianis angulo $+KCH$.

Facillimae ergo descriptu curvae horariae instrumenti nostri; nam descripto primum quidem e polo o dimidio KK′K″ circuli maximi, atque diviso hemicyclo KK′K″ in duodecim partes aequales, puncta divisionum erunt poli circulorum horariorum, qui quidem collocato centro circini in polo H ac diducto circino usque ad foramen O facillime describuntur. Haec simplicissima methodus graphica opificem tamen solarii nostri fugisse videtur, quoniam ipsa cognita et adhibita in tantos errores circa angulos horarios, quantos tabula V exhibuit, illabi non potuit.

Circuli horarii ita descripti arcu tantum s a b duarum curvarum solstitialium intersectione terminato revera utimur. De his vero intersectionibus nonnulla adhuc proponam, quae commemoratu digna mihi videntur. 8*

Constituto instrumento nostro ita, ut ejus latus posticum parallelum sit plano primi verticalis, siva in hoc incidat, quod rem postulare vidimus: curva, quam describit in superficie hemisphaerii radius per foramen O lateris postici immissus, eo ipso momento a puncto O exordium capiet, et eo ipso momento in puncto O exibit, quo sol intrat in planum primi verticalis. Constat autem omnibus in locis, ubi $\varepsilon < \varphi < 90 - \varepsilon$, semestri aestivo solem transire bis quotidie per plenum primi verticalis plus minus post ortum at ante occasum, semestri vero hiberno oriri eitra planum primi verticalis et mergi etiam sub horizonte priusquem intret in plenum primi verticalis.

Videbimus autem solarium nostrum respondere eltitudini poli, quae est Romae, cujus valor accuratior ast $\varphi = 41^\circ\ 53',5$, aetati vero, cui probabiliter adjudicandum est monumentum nostrum, respondet obliquitas ecliptices $\varepsilon = 23^\circ\ 42'$ †). Cognitis hisce angulis inveni calculo facile instituendo

Solst. aest. $A = \mp 90^\circ$ $\tau = \mp 60^\circ\ 42'\ 3''$
Solst. brum. sole oriente vel occidente $\tau = \mp 66^\circ\ 48'\ 43''$ $A = \mp 57^\circ\ 19'\ 9''$
$\delta = -16^\circ\ 5'\ 42'',5$ sole oriente vel occidente $\tau = \mp 75^\circ$.

Hinc colligimus curvam solstitialem aestivam assequi jam foramen O priusquam secetur a circulis horariis, qui respondent horis aequinoctialibus I at XI, curvam brumalam vero omnino non petere foramen O, sed excipiendam vel intercipiendam esse circulo horizontali (qui erit circulus minor superficiei hemisphaericae atque tunc tantum, quum pro regula, quam supra dedi, foramen O collocatum erit in tenuissima parte lapidis, circulus maximus); hic circulus horizontalis erit curva ortiva solis per semestre hibernum atque inter puncta intersectionum suarum cum curva diurna brumali erit amplitudinis $2\ \{180^\circ - 2\ .\ (57^\circ\ 19'\ 9'')\} = 130^\circ\ 43'\ 24''$. Neque etiam curvam diurnam brumalem secabunt circuli horarii, qui respondent horis aequinoctialibus

---

†) Veri simillimum est hoc solarium circa illud tempus esse confectum, quo res Romanae in universum imprimis vero literae artesque florebant, regnum dico Augusti. Illo etiam tempore vixit Vitruvius, qui in libro suo de architectura conscripto duo pretiosissima capita, quibus de solariis describendis agit, nobis reliquit. Qua ex re patet horologia sciotherica tunc temporis frequentissimo fuisse in usu.

Struve vir celeberrimus diminutionem obliquitatis hac formula determinavit

$$\varepsilon = 23^\circ\ 27'\ 54'',22 - 0'',4738\ (t-1800) - 0,0000014\ (t-1800)^2$$

$t=o$ posito obtinemus $23^\circ\ 27'\ 54'',22 + 14'\ 12'',84 - 4'',54 = 23^\circ\ 42'\ 2'',5$

Contra Bessel vir illustrissimus habet

$$\varepsilon = 23^\circ\ 27'\ 54'',8 - 0'',457\ (t-1800) - 0'',0000027229\!5\ (t-1800)^2$$

unde sequitur $\varepsilon = 23^\circ\ 27'\ 54'',8 + 13'\ 42'',6 - 8,''8 = 23^\circ\ 41'\ 28'',6$

E tertia quadam formula a Carlini astronomo clarissimo data invenitur $\varepsilon = 23^\circ\ 43'\ 15''$. Ex his mediam assumsi aestimationem ad calculum adhibendam $\varepsilon = 23^\circ\ 42'$.

I et XI, sed curvam ortivam eamque quidem iis in punctis, quae respondent ortui et occasui solis pro $\delta = -16° 5' 42'', 5$.

Solarium itaque secundum consilium illud, quod in monumento nostro est conspicuum, accurate descriptum eam circiter habebit speciem, quam repraesentat fig. 35.

Curvae ortivae effectum quodammodo assequi voluisse videtur opifex monumenti antiqui ea re, quod depressit partem meridionalem curvae brumalis (cf. valores angulorum δ, qui respondent punctis α, β, γ tab. V) unde tamen illapsus est in vitium alterum nimis tollendi ejusdem curvae partem septentrionalem, quae jam in punctis m et m, (cf. fig. 16) secat marginem hemisphaerii, quem in puncto P″ tangere tantum debebat. Videtur etiam ille, qui addidit horologio huic curvas secundas emendatorias, curva $\pi, \pi \varrho$ curvam ortivam quodammodo voluisse indicare. Quam in rem accuratius etiam inquisivi.

Cognitis coordinatis angularibus l, l′, l″ et b, b′, b″ trium punctorum minoris cujusdam circuli sphaerae, inveniuntur inclinatio et nodus circuli maximi minori illi circulo paralleli formulis hisce elegantissimis, a viro ill. Gauss datis

$$F'.\ \sin G' = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(b' - b)\ .\ \sin \tfrac{1}{2}(l' - l)$$
$$F'.\ \cos G' = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(b' + b)\ \ \cos \tfrac{1}{2}(l' - l)$$
$$H' = G' - \tfrac{1}{2}(l' + l)$$
$$F''.\ \sin G'' = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(b'' - b)\ .\ \sin \tfrac{1}{2}(l'' - l)$$
$$F''.\ \cos G'' = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(b'' + b)\ .\cos \tfrac{1}{2}(l'' - l)$$
$$H'' = G'' - \tfrac{1}{2}(l'' + l)$$
$$\operatorname{tg} J\ .\ \sin \Omega = \frac{F''.\ \sin H'' - F'.\ \sin H'}{F'\ F''\ \sin (H'' - H')}$$
$$\operatorname{tg} J\ .\ \cos \Omega = \frac{F'.\ \cos H' - F''.\ \cos H''}{F'.\ F''.\ \sin (H'' - H')}$$

adhibitis valoribus (cf. tab. II.)

$\varrho \ldots\ l = -74° 27'$ $\qquad b = +29° 14'$

$\pi \ldots\ l' = -49° 12'$ $\qquad b' = +51° 27'$

$\pi_{,} \ldots\ l'' = +49° 12'$ $\qquad b'' = +51° 27'$

obtinui $\Omega = 270°$, $J = +59° 27' 39''$, unde sequuntur coordinatae angulares poli circuli minoris $w = \Omega - 90°$ $\qquad v = J + 90°$

qui quidem anguli referendi sunt ad polum zenith horizontis, contra pro polo nadir habemus $\qquad w = (\Omega - 90°) - 180° = 0°$

$$v = (J + 90°) - 180° = -30° 32' 21''$$

Cum his valoribus comparare debemus coordinatas veri poli nadir hemisphaerii horo-

logici. Erant vero mensurae linearum ef, fg, eg (cf. fig. 15) haece ef = 8″ 4‴,5 fg = 7″ 8‴ eg = 11″ 5‴, quibus adhibitis inveni

$$\frac{gf}{eg} = \sin gef \ldots \qquad gef = 42° \, 42' \, 26''$$

$$\frac{ef}{eg} = \cos gef \ldots \qquad 40''$$

$$\frac{gf}{ef} = \operatorname{tg} gef \ldots \qquad 31''$$

$$gef = 42° \, 42' \, 32''$$

Jam si signamus in meridiano horologii punctum N (cf. fig. 36) distans a puncto P‴ arcu (90° — gef), N erit nadir horologii eruntque coordinatae ejus angulares $w = 0°$ $v = - 42° \, 42',5$ hunc tamen valorem anguli v ab illo, quem dedit curva $\pi,\pi\varrho$ amplius 12 gradibus differre videmus.

Inventa autem nadir N horologii simul habemus altitudinem poli, pro qua descriptum est; quum enim o polus circuli aequinoctialis, erit

$$90 - \varphi = Mo + MN \quad \text{sive} \quad \varphi = 90° - (i' + 42° \, 42',5) = 41° \, 29',5$$

scribit vero Vitruvius (de Arch. L. IX. c. 8): „namque sol aequinoctiali tempore ariete libreque versando, quas ex gnomone partes habet novem, eas umbrae facit octo in declinatione coeli, quae est Romae", unde sequitur Vitruvium sumsisse

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{8}{9} \quad \text{sive} \quad \varphi = 41° \, 38' \, 2''$$

cujus valoris consensus cum valore e monumenti, de quo agimus, mensuris computato evidentissime probare mihi videtur solarium hocce ad altitudinem poli, quae est Romae, fuisse paratum.

Exposita ita analytice et geometrice accuratiore hujusmodi solarii descriptione idem etiam calculo adhibito faciendum est, summaque cum subtilitate determinanda sunt puncta intersectionum verarum curvarum horariarum cum veris curvis diurnis. Quae quidem puncta si comparabimus deinde cum punctis in monumento nostro obviis, haec erit altera methodus examinandorum errorum, quibus antiquum hocce solarium erat obnoxium, eaque contraria quodammodo methodo illi, qua inveni valores tabulae V. Ibi enim profectus e vitiosis punctis superficiei horologicae computavi angulos δ, τ illis respondentes, eosque comparavi cum iis valoribus δ, τ, qui horologicis quibusdam rationibus distincti veri esse videbantur; nunc vero a rectis verisque valoribus δ, τ pergam ad puncta superficiei horologicae illis respondentia.

Hunc ad finem ante omnia quem accuratissime determinanda erit positio aperturae O, quoniam haec est ipsum illud punctum, per quod a coelo (h. e. a valoribus δ, τ) ad superficiem horologicam transimus et cum radio solis quasi descendimus.

Feci hoc adhibita methodo minimorum quadratorum, hanc puncti O spectans proprietatem, quod est intersectio circuli meridiani cum circulo aequinoctiali; inveniendi itaque quam exactissimo erunt tum radius sphaericus circuli aequinoctialis, tum locus, centrum ejus o in meridiano occupat. Exhibet tabula I. chordas pM et pP' vel pP'' easque referendas ad radium 441,94; reducuntur eae ad radium 1 formula

$$C \cdot \frac{1}{R} = C, \text{ eritque lg } \left(C \frac{1}{2R}\right) = \text{lg sin } \frac{\text{Arc}}{2}$$

sive

$$15) \text{ lg } C + 7{,}05361 = \text{lg sin } \frac{\text{Arc}}{2}$$

invenimus ita arcus (circuli maximi) chordis illis accurate respondentes. Ubi dimensa fuerit chorda inter punctum p et polum P'', ibi in locum arcus pP'' introducatur arcus pP', sumto illius supplemento, ut valoribus homogeneis utamur. Tunc advertentes animum ad triangulum sphaericum P'Mp (fig. 37) habemus P'M = 90°, unde sequitur

$$16) \cos u = \frac{\cos pP'}{\sin Mp}$$

Spectentes contra triangulum sphaericum opM habemus

$$17) \cos u_0 = \frac{\cos r_0 - \cos i'_0 \cdot \cos Mp}{\sin i'_0 \cdot \sin Mp}$$

Designantes angulum Mp litera m habemus

$$u = f(r, i', m)$$

et quum cogniti sint valores appropinquatorii r_0, i'_0 erit

$$r = r_0 + dr_0 \qquad i' = i'_0 + di'_0 \qquad u = f(i'_0, r_0)$$

$$u = u_0 + \frac{du_0}{dr_0} \cdot dr_0 + \frac{du_0}{di'_0} \cdot di'_0$$

Exhibet aequatio 16) adbibita ad singula puncta p valores sequentes

u	affectum errore incognito	v
u'	„	v'
u''	„	v''
u'''	„	v'''
u^{IV}	„	v^{IV}

etc., ita ut $u + v = u_0 + \frac{du'_0}{dr_0} \cdot dr_0 + \frac{du_0}{di'_0} \cdot di'_0$

$$u' + v' = u'_0 + \frac{du'_0}{dr_0} \cdot dr_0 + \frac{du'_0}{di'_0} \cdot di'_0$$

$$u'' + v'' = u''_0 + \frac{du''_0}{dr_0} \cdot dr_0 + \frac{du''_0}{di'_0} \cdot di'_0$$

etc. ; computatis itaque differentiis

$$18) \quad n = u_0 - u$$

btinemus systema sequens aequationum conditionalium

$$v = n + a \cdot dr_0 + b \cdot di'_0$$
$$v' = n' + a' \cdot dr_0 + b' \cdot di'_0$$
$$v'' = n'' + a'' \cdot dr_0 + b'' \cdot di'_0$$
$$v''' = n''' + a''' \cdot dr_0 + b''' \cdot di'_0$$

etc.

denique $v^{XII} = n^{XII} + a^{XII} \cdot dr_0 + b^{XII} \cdot di'_0$

ubi $19)\ a = \frac{\sin r_0}{\sin i'_0 \cdot \sin Mp \cdot \sin u_0}$ $\quad 20)\ b = \frac{-\sin i'_0 \cdot \cos Mp + \cos i'_0 \cdot \sin Mp \cdot \cos u_0}{\sin i'_0 \cdot \sin Mp \cdot \sin u_0}$

Determinavi igitur primo loco valores appropinquatorios r_0 et i'_0 adhibitis positionibus cognitis punctorum λ et o.

	λ	o	
p (P)	362	593	
p M	320	45	
lg p (P) + k	9,61232	9,82666	k = 7,05361
lg p M + k	9,55876	8,70682	
Arc p (P)	48° 21′ 14″	84° 16′ 26″	
Arc p M	42° 27′ 6″	5° 50′ 12″	

λ P ... 6° 42′ 28″
λ M ... 5° 5′ 48″
o P′ ... 5° 43′ 34″
o M ... 5° 50′ 12″

$i'_0 = 5° 50' 30'',5$

λ P ... 48° 21′ 14″
λ M ... 47° 32′ 54″
o P′ ... 47° 51′ 47″
o M ... 47° 55′ 6″

$r_0 = 47° 55' 15'',25$

Hi valores r_0 et i'_0 in calculum introducti adhibitis formulis 15) — 20) dederunt

Tab. VI.

	p (P)	p M	arc p (P)	arc p M	lg n	lg a	lg b
1. ξ	332 (P′)	397	44° 7′ 32″	53° 22′ 48″	4,37066 n	1,42319	1,39109
2. η	427 (P′)	391	57° 46′ 36″	52° 30′ 38″	4,59812 n	1,18622	1,07187
3. η,	441 (P′)	387	59° 51′ 38″	51° 56′ 0″	4,29515 n	1,11804	0,93955
4. σ	472 (P′)	384	64° 33′ 12″	51° 30′ 0″	4,36122 n	1,08305	0,84977
5. σ,	477 (P′)	385	65° 19′ 22″	51° 38′ 42″	4,52367 n	1,09361	0,87937
6. ϑ	566 (P′)	369	79° 38′ 16″	49° 21′ 6″	4,02227 n	1,00135	0,30635
7. ϑ,	587 (P′)	371	83° 13′ 52″	49° 38′ 8″	4,58069 n	1,00653	0,40739
8. ι	547 (P″)	351	76° 28′ 0″	46° 47′ 48″	4,56840 n	1,00490	0,38026 n
9. ι,	540 (P″)	349	75° 18′ 56″	46° 30′ 50″	4,51809 n	1,01069	0,46521 n
10. κ	417 (P″)	327	56° 18′ 5″	43° 25′ 38″	4,28907 n	1,20358	1,10048 n
11. κ,	410 (P″)	327	55° 16′ 25″	43° 25′ 38″	4,43449 n	1,20358	1,10048 n
12. φ'	412 (P″)	327	55° 34′ 0″	43° 25′ 38″	4,39719 n	1,20358	1,10048 n

qua in tabula valores n minutis secundis expressi sunt. Examinavi etiam valores hujus tabulae introductis in aequationem 17) valoribus $r_,$ et $i'_,$ paullulum mutatis in locum valorum r_0 et i'_0, ita ut

$$i'_, = i'_0 + di'_0 \qquad\qquad r_, = r_0 + dr_0$$

ubi di'_0 et dr_0 quantitates parvae et cognitae, quippe ad arbitrium sumtae; adhibitis ita valoribus $r_,$ et $i'_,$ ad calculum novorum angulorum $u_,$ fieri debebat

$$21)\ u_, - u_0 = a \,.\, dr_0 + b \,.\, di'_0.$$

Ope valorum n (quorum logarithmos tamen calculi commodioris causa quatuor unitatibus antea minui), a et b formavi quantitates seqnentes, quas designabo characteribus a Gauss introductis:

[n n] = + 99,136	[a a] = + 2587,613	[b b] = + 1429,396
[a n] = — 453,077	[a b] = + 514,893	[b s] = + 1944,289
[b n] = — 66,367	[a s] = + 3102,506	
[s n] = — 519,445		

unde deduxi methodo satis cognita $[n\,n.2] = + 19{,}379$

$$x = + 0{,}17866 \ldots \text{pondus} = 2402{,}140$$

$$y = - 0{,}01793 \ldots \text{pondus} = 1326{,}941$$

ex aequatione probatoria prodiit

$$[a\,a]\ x + \{[ab] + [bb.1]\}\ y + [a\,n] + [bn.1] = - 000{,}004$$

inversa deinde computatione absolute eosdem obtinui valores.
Evaserunt itaque $dr_0 = + 1786'',6$ $\qquad di'_0 = - 179'',3$
unde sequuntur valores emendati

$$r = 48^\circ\ 25'\ 1'',85 \qquad\qquad i' = 5^\circ\ 47'\ 31'',2\ †)$$

†) Differunt notabiliter hi valores a valoribus $r = 48^\circ$, $i' = 6^\circ$, quos nihilominus eos esse censeo, quos opifex in instrumento signandos sibi proposuit; mihi enim diligenter perscrutata tota hac materia certum fere constat in describendis omnibus hisce solariis antiquis, certe quidem majoribus, haud aliam adhibitam fuisse obliquitatem ecliptices, nisi eam, quam praescribit Vitruvius, $\varepsilon = 24^\circ$; vidimus autem hoc in instrumento esse $P''\lambda = \lambda o = o\Theta = r = 2\varepsilon$. Nihilosecius de accurata computatione eorum valorum, quos methodus minimorum quadratorum exhibuit, minime dubitandum est; immo confirmatur ea etiam sumto medio arith-

Hisce tunc valoribus usus, ut calculum examinarem, adhibita aequatione 17) supputavi denuo angulos u' atque differentias u'— u; expressi deinde has differentias minutis secundis, earumque logarithmos quatuor unitatibus minutos posui = log n; unde obtinui [n n] = 19,382 , qui valor tribus tantum unitatibus tertiae decimalis differt a valore [n n.2] supra proposito itaque confirmat calculum erroribus esse exemptum.

Exacte determinata hoc modo positione foraminis O valoribus

$$v_0 = r + i' = 54^\circ\ 12'\ 33''$$
$$i\ = 90 - i' = 84^\circ\ 12'\ 29''$$

transibo ad evolvendas aequationes calculi nunc instituendi. Inveni supra

$$R \cdot \cos v \cdot \cos w = r \cdot a + a'$$
$$R \cdot \cos v \cdot \sin w = r \cdot b$$
$$R \cdot \sin v \qquad\quad = r \cdot c + c'$$

ubi

$$a = \sin \delta \sin i + \cos \delta \cos \tau \cos i$$
$$b = \cos \delta \sin \tau$$
$$c = \sin \delta \cos i - \cos \delta \cos \tau \sin i$$
$$a' = R \cos v_0 \qquad\qquad c' = R \sin v_0$$

obtineo ex harum aequationum combinatione

$$R^2 = r^2 (a^2 + b^2 + c^2) + 2\ r\ (aa' + cc') + a'^2 + c'^2,$$

quum vero $R^2 - a'^2 - c'^2 = 0$ et $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, sequitur

$$r + 2\ \{aa' + cc'\} = 0$$

Invenio autem $aa' + cc' = R\ \{\sin \delta \sin (i + v_0) + \cos \delta \cos \tau \cos (i + v_0)\}$ et introduxi quantitates auxiliares M et N ita, ut

$$\sin \delta = M \sin N \qquad\qquad \cos \delta \cos \tau = M \cos N$$

unde fit $r = - 2 R M \cos (i + v_0 - N)$

Deinde autem e tribus aequationibus ab initio propositis deduxi

---

metico e primis octo valoribus v' tabulae III. , quod est 41° 35' 4", ejusque complementum r = 48° 24' 56" jam parum differt a valore accuratiore ope methodi minimorum quadratorum invento. Discrepantia vero, quam ab initio dixi, nihil aliud indicat, nisi excavationem illam, quae format in hocce instrumento superficiem horologicam, haud exacte sphaericam esse.

$$\operatorname{tg} w = \frac{r \cdot b}{r \cdot a + a'} \quad , \quad \operatorname{tg} v = \frac{r \cdot c + c'}{r \cdot b} \sin w = \frac{r \cdot c + c'}{r \cdot a + a'} \cos w$$

et inserviet calculo examinando aequatio

$$\cos v \cdot \left\{ \cos w - \frac{a}{b} \cdot \sin w \right\} = \cos v_0$$

deducta e combinatione primae et secundae aequationum ab initio propositarum eritque

$$a = M \cos (N - i) \qquad b = \cos \delta . \sin \tau \qquad c = M \sin (N - i)$$

Ad penitus dilucidandam naturam quantitotum auxiliarium, observatione sequente conferre posse mihi visus sum; est

$$\sin \delta = \sin h . \sin \varphi - \cos h . \cos \varphi . \cos A$$

$$\cos \delta \cos \tau = \cos \varphi . \sin h + \sin \varphi \cos h . \cos A$$

ubi φ altitudo poli, h et A altitudo et azimutum solis; sit

$$\sin h = M' \sin N' \qquad \cos h . \cos A = M' \cos N'$$

erit $\qquad \sin \delta = - M' \cos (N' + \varphi) \qquad \cos \delta \cos \tau = M' \sin (N' + \varphi)$

unde sequitur $\qquad \operatorname{tg} N = - \operatorname{cotg} (N' + \varphi)$

sive $\qquad (90 + N) = (N' + \varphi)$ sive $N = N' - (90 - \varphi)$

$$\text{ubi } \operatorname{tg} N' = \frac{\operatorname{tg} h}{\cos A} ;$$

porro $\qquad M \sin N = - M' \cos (N' + \varphi) = - M' \cos . (N + 90).$

$$\text{unde } M = M' = \frac{\sin h}{\sin N'} ,$$

quas quidem ratiocinationes illustrabit etiam figura 38, in qua $\sin \mu = M$.

Aequationes modo explicatae hasce praebent formulas ad calculum logarithmicum accomodatas:

22) $\operatorname{tg} N = \dfrac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \tau}$ 23) $M = \dfrac{\sin \delta}{\sin N} = \dfrac{\cos \delta . \cos \tau}{\cos N}$

$$24) \quad r = -2 R M \cos (i + v_0 - N)$$

$$25) \quad \operatorname{tg} w = \frac{r . \cos \delta . \sin \tau}{r M \cos (N - i) + R \cos v_0}$$

$$26) \quad \operatorname{tg} v = \frac{r . M . \sin (N - i) + R \sin v_0}{r . \cos \delta \sin \tau} . \sin w =$$

$$= \frac{r . M \sin (N - i) + R \sin v_0}{r . M \cos (N - i) + R \cos v_0} . \cos w$$

examinabitur calculus aequatione 27) $\cos v \left\{ \cos w - \dfrac{M . \cos (N - i)}{\cos \delta . \sin \tau} . \sin w \right\} = \cos v_0$

Denique erit 28) $p(P) = 90^{\circ} - v$ (ubi sumendus valor absolutus anguli v sine suo signo) 29) $\cos pM = \cos v . \cos w$

$$30) \quad \lg C = \lg \left\{ \sin \frac{\text{Arc}}{2} \right\} + 2{,}94639$$

Hae tamen formulae pro specialibus quibusdam valoribus angulorum δ et τ transmutationibus sequentibus sunt obnoxiae.

Pro $\delta = 0$ erit 22) $N = 0$ 23) $M = \cos \tau$ 24) $r = -2 R M \cos (i + v_0)$

$$25) \quad \operatorname{tg} w = \frac{r . \sin \tau}{r . M \cos i + R \cos v_0}$$

26) $\operatorname{tg} v = \dfrac{- r . M \sin i + R \sin v_0}{r . \sin \tau} . \sin w = \dfrac{- r . M . \sin i + R \sin v_0}{r . M \cos i + R \cos v_0} . \cos w$

$$27)\quad \cos v \left\{ \cos w - \frac{M. \cos i}{\sin \tau} . \sin w \right\} = \cos v_0$$

Pro $\tau = 0$ erit 22) $N = \delta$ 23) $M = 1$ 24) $r = -2 R \cos (i + v_0 - \delta)$

$$25)\quad w = 0 \quad 26)\quad tg\, v = \frac{r . \sin (\delta - i) + R \sin v_0}{r . \cos (\delta - i) + R \cos v_0}$$

aequatio 27) fit illusoria, erat autem

$R \cos v \cos w = ra + a'$ $R \sin v = rc + c'$

unde fit $\cos v \cos w\, c - \sin v\, a = \cos v_0\, c - \sin v_0\, a$

sive $\cos v \cos w \sin (N-i) - \sin v \cos (N-i) = \cos v_0 \sin (N-i) - \sin v_0 \cos (N-i)$

sive, quum pro $\tau = 0$ etiam $w = 0$, $\sin (N-i-v) = \sin (N-i-v_0)$, unde $(N-i-v) = -(180^\circ + N-i-v_0)$ et quum pro $\tau = 0$ fiat $N = \delta$, invenio pro $\tau = 0$

$$27)\quad 2 (\delta - i) = v + v_0 - 180^\circ$$

Denique pro $\delta = 0$, $\tau = \mp 90$ fit $r = 0$, $w = 0$, $v = v_0$ id quod caeterum per se facile intelligitur, quoniam pro $\tau = \mp 90$ curva diurna aequinoctialis prodit ex apertura O vel in eam exit.

Adhibitis formulis 22) — 30) inveni jam valores chordarum rectis verisque δ et τ respondentium, quos exhibet tabula sequens appositis mensuris chordarum in monumento, de quo agitur, obviarum.

Tab. VII.

	τ = 0°		τ = 15°		τ = 30°	
δ = + 23° 42′	pP′ = 59‴,84	pM = 3‴,68	pP′ = 57‴,69	pM = 10‴,62	pP′ = 51‴.44	pM = 19‴,95
	oP′ = 59‴,3	oM = 4‴,5	ξP′ = 56‴,6	ξM = 10‴,8	νP′ = 52‴,0	νM = 17‴,7
			ξ,P′ = 56‴,6	ξ,M = 10‴,8	ν,P′ = 52‴,0	ν,M = 18‴,5
δ = 0° 0′	pP″ = 35‴,51	pM = 32‴,12	pP″ = 40‴,63	pM = 32‴,73	pP″ = 52‴,10	pM = 34‴,34
	λP″ = 36‴,2	λM = 32‴,0	κP″ = 41‴,7	κM = 32‴,7	ιP″ = 54‴,7	ιM = 35‴,1
			κ,P″ = 41‴,0	κ,M = 32‴,7	ι,P″ = 54‴,0	ι,M = 34‴,9
			φ′P″ = 41‴,2	φ′M = 32‴,7	υP″ = 54‴,9	υM = 30‴,1
					υ,P″ = 53‴,7	υ,M = 32‴,6
δ = − 23° 42′	pP″ = − 0‴,2	pM = 62‴,51	pP″ = 19‴,97	pM = 62‴,25	pP″ = 38‴,76	pM = 61‴,40
	P″P″ = 0	P″M = 62‴,5	εP″ = 24‴,7	εM = 62‴,5	δP″ = 46‴,8	δM = 60‴,8
			ε,P″ = 24‴,6	ε,M = 62‴,5	δ,P″ = 46‴,8	δ,M = 60‴,8
					NB. m, m, } P″ = 38‴,2	m, m, } M = 62‴,5

T a b. VII.

	τ = 45°		τ = 60°		τ = 75°	
δ = +23° 42′	pP′ = 41‴,99	pM = 28‴,83				
	μP′ = 47‴,1	μM = 24‴,5				
δ = 0° 0′	pP′ = 60‴,37	pM = 36‴,43	pP′ = 46‴,81	pM = 38‴,40	pP′ = 33‴,57	pM = 39‴,78
	ϑP′ = 56‴,6	ϑM = 36‴,9	ηP′ = 42‴,7	ηM = 39‴,1	ζP′ = 33‴,2	ζM = 39‴,7
	ϑ,P′ = 58‴,7	ϑ,M = 37‴,1	η,P′ = 44‴,1	η,M = 38‴,7		
	τP′ = 58‴,7.	τM = 32‴,5	σP′ = 47‴,2	σM = 38‴,4		
	τ,P′ = 59‴,8	τ,M = 33‴,5	σ,P′ = 47‴,7	σ,M = 38‴,5	δ = - 16° 5′ 42″,5	
δ = - 23° 42′	pP′ = 68‴,96 pP″ = 55‴,29	pM = 59‴,87	pP′ = 55‴,66	pM = 57‴,49	pP′ – 39‴,16	pM = 48‴,44
	γP′ = 59‴,5	γM = 56‴,1	βP′ = 43‴,0	βM = 51‴,1	αP′ = 30‴,1	αM = 46‴,2
	γ,P′ = 60‴,9	γ,M = 58‴,5	β,P′ = 44‴,7	β,M = 51‴,6	α,P′ = 30‴,1	α,M = 47‴,3
			ϱP′ = 44‴,7	ϱM = 54‴,7	πP′ = 29‴,2	πM = 47‴,5
	Pro τ = 66° 48′ 43″, δ = -23° 42′ fit pP′ = 49‴,10. pM = 56‴,08				π,P′ = 29‴,2	π,M = 48‴,7

Quum dixerim supra errores in descriptione curvarum solstitialium monumenti nostri obvios imputandos esse methodis veterum parum excultis, forteau mirabitur quis, hanc tabulam inspiciens, cur eadem usus methodo vitiosa in describenda curva brumali opifex commiserit errores tanto majores illis in curva solstitiali aestiva obviis. Hanc tamen errorum diversitatem e rei natura manere disquisitione sequente demonstrabo.

Dilucidanda est primo loco natura quantitatis r et monstrandum, eam, decrescente continuo δ a $+\varepsilon$ ad $-\varepsilon$, continuo crescere. Hunc ad finem demonstrasse sufficiet $\frac{dr}{d\delta}$ esse quantitatem semper negativam.

Habemus autem $r = -2RM \cos(i + v_0 - N)$ unde fit

$$\frac{dr}{r} = \frac{dM}{M} + \operatorname{tg}(i + v_0 - N).\, dN$$

ex aequationibus $\sin\delta = M \sin N$, $\cos\delta \cos\tau = M \cos N$ derivamus

$$\operatorname{cotg}\delta \,.\, d\delta = \frac{dM}{M} + \operatorname{cotg} N.dN\,, \quad - \operatorname{tg}\delta \,.\, d\delta = \frac{dM}{M} - \operatorname{tg} N \,.\, dN$$

unde fit

$$\frac{dM}{d\delta} = \frac{\operatorname{cotg}\delta \,.\, \operatorname{tg} N - \operatorname{tg}\delta \,.\, \operatorname{cotg}.N}{\operatorname{tg} N + \operatorname{cotg} N} \,.\, M = \frac{\frac{1}{\cos\tau} - \cos\tau}{\operatorname{tg} N + \operatorname{cotg} N} \,.\, M$$

$$\frac{dN}{d\delta} = \frac{\operatorname{cotg}\delta + \operatorname{tg}\delta}{\operatorname{cotg} N + \operatorname{tg} N}$$

$$\text{itaque} \frac{dr}{d\delta} = r \left\{ \frac{1}{\cos\tau} - \cos\tau + \frac{\operatorname{tg}(i + v_0 - N)}{\sin\delta .\cos\delta} \right\} \sin N. \cos N =$$

$$= r \left\{ \frac{1}{\cos\tau} - \cos\tau + \frac{\operatorname{tg}(i + v_0 - N)}{\sin\delta \cos\delta} \right\} \frac{\sin\delta \cos\delta \cos\tau}{M^2} =$$

$$= \frac{r}{M^2} \left\{ \frac{1 - \cos\tau^2}{2} \,.\, \sin 2\delta + \operatorname{tg}(i + v_0 - N) \cos\tau \right\}$$

Hujus expressionis partes deinceps lustrabo; primum occurrit $r = -2 R M \cos(i+v_0-N)$, ubi R quantitas constans positiva; M pro natura sua supra demonstrata semper positivum; examinandus denique angulus $(i+v_0-N)$. Habemus autem dum $\delta > 0$. $0 < \tau < \arc\cos\{\cotg\varphi.\,\tg\delta\}$ quoniam pro constructione instrumenti,

de quo agitur, semper azimutum solis $A < 90°$, ubi azimuti et anguli horarii spectantur valores absoluti. Inde sequitur $\delta < N < \varphi$, ergo $0 < N < \varphi$, unde quum $\varphi = 41°\ 29',5$ et $i + v_0 = 138°\ 25'$, $138°\ 25' > (i + v_0 - N) > 96°\ 55',5$, ergo $\cos(i + v_0 - N)$ semper negativus.

dum $\delta < 0$, erit $0 < \tau < \arc\cos\{-\tg\delta\,\tg\varphi\}$ unde $\delta > N > -(90-\varphi)$, ergo

$0 > N > -(90-\varphi)$ itaque quum $(90-\varphi) = 48°\ 30',5$
$138°\ 25' < (i + v_0 - N) < 186°\ 55',5$, ergo $\cos(i + v_0 - N)$ semper negativus.

Colligimus inde r esse quantitatem semper positivam. M^2 per se intelligitur esse quantitas positiva. Examinanda relicta est expressio

$$\left\{\frac{1-\cos\tau^2}{2}\sin 2\delta + \tg(i + v_0 - N)\cos\tau\right\} = f(\delta)$$

Primo loco observandum est pro rationibus modo expositis semper esse $\cos\tau > \tg\delta\,\tg\varphi$, ubi δ valor absolutus, ergo semper erit $\cos\tau > 0$ sive quantitas positiva, et $\tau < 90$, ubi τ valor absolutus. Caeterum vero erit

pro $\delta > 0$, $\dfrac{1-\cos\tau^2}{2}\sin 2\delta = (1-\cos\tau^2)\tg\delta.\cos\delta^2 < \tg\cdot\delta$. Simul quum

$(i + v_0 - N)$ ut supra vidimus angulus secundi quadrantis, cujus itaque taugens negativa, et quum $\cos\tau > \cotg\varphi\,.\,\tg\delta$, erit
$\tg(i + v_0 - N)\cos\tau < \tg(i + v_0 - N)\,.\,\cotg\varphi\,.\,\tg\delta <$
$< \tg(138°25')\,.\,\cotg(41°29',5)\,.\,\tg\delta$ sive $< -1{,}003\,.\,\tg\delta$, ergo $f(\delta) < \tg\delta\,.\,(1-1{,}003)$, igitur, quum $\tg\delta > 0$, $f(\delta)$ quantitas negativa.

pro $\delta < 0$, $\dfrac{1-\cos\tau^2}{2}\sin 2\delta$ quantitas negativa, $\tg(i + v_0 - N)$ quantitas nega-

tiva quamdiu $N > -41^\circ\,35'$; ergo quemdiu $N > -41^\circ\,35'$ sine ullo dubio $f(\delta)$ quantitas negativa.

Dum vero $-41^\circ\,35' > N > -48^\circ\,30',5$ erit

$0 < \operatorname{tg}(i + v_0 - N) < \operatorname{tg} 6^\circ\,55',5$. Habemus etiam

$$f(\delta) = \cos\tau \left\{ \frac{1-\cos\tau^2}{2} \cdot \frac{\sin 2\delta}{\cos\tau} + \operatorname{tg}(i + v_0 - N) \right\},$$

ubi factor $\cos\tau$ est semper positivus et $\frac{1-\cos\tau^2}{2} \cdot \frac{2\sin\delta.\cos\delta}{\cos\tau} =$

$$= (1-\cos\tau^2)\cos\delta^2 \frac{\operatorname{tg}\delta}{\cos\tau} = (1-\cos\tau^2)\cos\delta^2 . \operatorname{tg} N.$$

Est autem $\operatorname{tg} N < \operatorname{tg}(-41^\circ\,35')$ itaque, quum $\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\cos\tau}$,

si in locum anguli δ introducitur valor ejus absolutus

$\frac{\operatorname{tg}\delta}{\cos\tau} > \operatorname{tg}(41^\circ\,35')$, unde $\cos\tau < \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}(41^\circ\,35')} < \frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}(41^\circ\,35')}$

itaque $(1 - \cos\tau^2) > 1 - \left(\frac{\operatorname{tg}.\varepsilon}{\operatorname{tg}(41^\circ\,35')}\right)^2$, simul

$\cos\delta^2 > \cos\varepsilon^2$, ergo $(1-\cos\tau^2)\cos\delta^2 > \cos\varepsilon^2 - \frac{\sin\varepsilon^2}{\operatorname{tg}(41^\circ 35')^2}$

quum vero hic factor sit positivus et $\operatorname{tg} N < \operatorname{tg}(-41^\circ 35')$ sequitur

$(1-\cos\tau^2)\cos\delta^2 \operatorname{tg} N < \left\{ \cos\varepsilon^2 - \frac{\sin\varepsilon^2}{\operatorname{tg}(41^\circ 35')^2} \right\} \operatorname{tg}(-41^\circ 35')$ sive

$< -0{,}62496$; simul vero $\operatorname{tg}(i + v_0 - N) < \operatorname{tg} 6^\circ\,55',5 < 0{,}12146$

ergo $\frac{f(\delta)}{\cos\tau} < -0{,}62496 + 0{,}12146$ sive $< -0{,}50350$, ergo

$f(\delta)$ quantitas negativa.

Figura 39. planius reddet, quando et quomodo fiat, ut evadat etiam $(i + v_0 - N) > 180°$

Respondeant sibi $\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \iota}$ et $\frac{s}{c} = \frac{\frac{s'}{c'}}{\frac{c''}{\varrho''}}$; posui $\varrho'' = c'$, unde fit

$\frac{s}{c} = \frac{s'}{c''}$, et quum lim. $\cos \iota = \operatorname{tg} \delta . \operatorname{tg} \varphi$, ubi δ valor absolutus, erit $\frac{c''}{\varrho''} = \frac{s'}{c'} . \operatorname{tg} \varphi$,

unde, quoniam $\varrho'' = c'$, fit $\operatorname{tg} \varphi = \frac{c''}{s'}$.

Demonstravi igitur $\frac{dr}{d\delta}$ esse quantitatem negativam et hanc ob causam decrescente

continuo δ, crescere continuo r.

Idem vero longe elegentius geometrice obtinetur, ratiocinationibus hisce. Ducatur per O linea parallela axi mundi (cf. fig. 40). Secabit haec linea sphaeram cum radio R descriptam in puncto O', qui est e diametro oppositus puncto λ, quoniam linea OO' in plano meridiani et $\lambda OO' = 90°$; vidimus enim supra plana omnium circulorum horariorum per hanc lineam esse collocata; erit ergo OO' chorda communis omnium circulorum horariorum; angulus peripheriae π, huic chordae respondens decrescet crescente radio circuli horarii, erit itaque minimus, quando circulus horarius erit circulus sphaerae maximus, nempe meridianus; tunc vero angulus peripheriae, qui respondet chordae OO' erit $= 90 - (v_0 - i')$; habemus ergo $\pi > 90 - (v_0 - i')$. Advertamus nunc animum ad circulum horarium quemlibet. Ducatur in ejus plano linea O T tangens ejus peripheriam in puncto O; erit $O'OT = \pi$ ergo $O'OT > 90 - (v_0 - i')$; simul vero $O'OT = \text{Pol } OT = \text{Pol } O\odot - \odot OT = 90 - \delta - \odot OT$, unde sequitur $90 - \delta - \odot OT > 90 - (v_0 - i')$ sive $\odot OT < (v_0 - i') - \delta < (v_0 - i') + \iota < 90°$.

Considerantes nunc duo puncta sibi infinite propinqua p et p' ejusdem circuli horarii (τ = const.) respondentia declinationibus $\delta_{\odot}$ et $\delta_{\odot'}$, ubi $\delta_{\odot} > \delta_{\odot'}$, erit $\delta_{\odot'} - \delta_{\odot} = d\delta$, $r' - r = dr$ et invenimus poni posse sine errore sensibili

(fig. 41) $Opp' = 180^\circ - Op'p$ et simul, quum $p'p$ tangens in puncto p', $Op'p =$ $= p'OT' = TO\odot' < 90^\circ$ itaque $Opp' > Op'p$ unde sequitur $r' > r$. Crescet ergo r decrescente δ.

Jam vero vitium theoriae, quam adhibuit vetus opifex, considerari potest tanquam error circa locum, quem occupat sol in coelo. Vitii ergo, cui obnoxia est theoria, mensura erit angulus $\odot, O\odot = da$ (fig. 42). Effectus autem ejusdem vitii in descriptionem horologii erit error pp, sive dp. Arcum circuli maximi dp propter ejus parvitatem cum ejus chorda commutare licebit, unde quum etiam Op et Op, haud notabiliter inter se differant, fit $dp^2 = 2r^2(1 - \cos da) = 4r^2 \sin \frac{da^2}{2}$

sive $dp = 2r \sin \frac{da}{2}$, quum autem viderimus decrescente δ crescere r, intelligimus

jam errorem dp in signando puncto superficiei horologicae commissum, dum vitium theoriae idem manet ($da = \text{const.}$), decrescente δ crescere.

ADDENDA.

Quum tota fere haec dissertatio typis jam esset mandata, vir illustriss. Franzius communicavit mecum Vol. V. libri, qui inscribitur: Memorie enciclopediche Romane, ut monumentum horologicum antiquum, in villa Polombara effossum, a viro doctiss. Stefano Piale pg. 103 — 109 illius vol. descriptum, dissertatione, Corpori Inscriptionum Graecarum, quod vir illustrissimus edendum curat, inserenda accuratius explicarem. Hujus monumenti supra (cf. pg. 9) mentionem feci, sed quum opusculum hoc conscribebam, dissertationem viri doctiss. Piale comparare mihi non contigit. Quam ob causam, si fuerint, quos accuratiorem eamque astronomica face illustratam, monumenti illius explicationem cognovisse juverit, ii explicationem a Franzio Corp. Inscr. Gr. Cl. V. No. 6179 insertam, commendatam sibi habeant, velim. Invenient ibi praesertim majore cum subtilitate expositam curvarum quarundam, quas perperam Piale lacotomos vocat, naturam accurateque illustratam differentiam, quae inter methodos in hujus solarii descriptione et in Vitruvii analemmate adhibitas intercedit, quum falso opinatus sit Piale curvarum in hoc monumento obviarum, quam dedit, explicationem ad analemmatis Vitruviani descriptionem reperiendam ac dilucidandam magni futuram esse momenti. —

Benigno etiam vir illustriss. Gerhardius, communicavit mecum, solariorum in columellis constitutorum (cf. supra pg. 27) exempla nonnulla commemorari a viro doctiss. Roulez Mélanges de philologie, d'histoire et d'antiquités, Bruxelles 1846, Fascicule V, No. 9, pg. 9 et 10; item horologii marmorei Atheniensis mentionem fieri

a viro illustriss. Boeckh Corp. Inscr. No. 522 (cf. Elgin Mus. Brit. No. 285, Visconti Mem. Elgin. pg. 98 sqq.), denique columellae sub horologio, inter dona votiva Titi Cocceji enumeratae in Orellii Inscriptt. No. 4517. —

Doleo denique, quod spatium huic opusculo assignatum, non sufficit hic annectendae explicationi alterius etiam monumenti horologici in Museo Regio Berolinensi asservati, quam cum disquisitionibus superioribus, ut summi in philosophia honores rite mihi tribuantur, amplissimo almae academiae Berolinensis ordini philosophico proposui. Ejus tamen publici juris faciendae alio fortasse loco data mihi erit occasio.

V I T A.

Pridie Nonas Majas anni MDCCCXXVI natus sum Franciscus Woepcke Dessaviae patre optimo Ludovico Woepcke, cursus publici in praefectura Vitebergensi, Borussorum Regis gratia, directore, matre dilectissima Guilelma e gente Chapon, quos parentes Dei optimi beneficio adhuc vivos veneror. Fidem profiteor Evangelicam.

Primis litterarum elementis domi imbutus, gymnasium Dessaviense octo per annos adii; examine in Gymnasio, quod Berolini sub auspiciis directoris Bonnell floret, Friderico-Werderiano, ut patriae legibus obedirem subeundo, feliciter absoluto, maturitatis testimonio ornatus, mense Apr. anni MDCCCXLIII, Ill. de Raumer Rectore Magnifico, ab Ill. Trendelenburg Decano spectatissimo Ordinis philosophici civibus adscriptus, Berolinensem almam academiam amplectebar, operamque maximam per annos quattuor dabam rerum naturalium, philosophiae atque elegantiorum artium studiis.

De matheseos variis materiis scholas audivi Virorum Illustriss. Ohm, Steiner, Dirksen, Lejeune-Dirichlet, Jacobi, Viri Doctiss. Joachimsthal. Viri Excelsiss. Encke praelectionibus astronomicis praecipuam operam navavi. Virorum Ingeniosiss. Mitscherlich et H. Rose, Viri Doctiss. Rammelsberg de variis chemiae disciplinis, Virorum Clariss. Dove et A. Erman de rebus physicis scholas audivi. Viros Excellentiss. de Raumer et Ranke de historia recentiori, Waagen de historia architecturae, sculpturae et picturae, quum universali, tum recentissima, Viros Ornatiss. W. Grimm, Franceson, Solly variorum linguarum poemata interpretantes litterarumque historiae partes quasdam enarrantes, Viros Opt. Zumpt de historia philologiae, Poggendorf de historia physices audivi. Philosophiae doctrinis et historicis et mere metaphysicis et psychologicis instituerunt me Viri Praestantiss. Trendelenburg, cujus etiam seminarium philosophicum duos per annos frequentavi, et Gabler, Viri Celeberr. Michelet et Glaser.

Quibus viris de me optime meritis gratias ago quam maximas.

THESES.

1) Theoriam umbrarum universalem adhuc desiderari.

2) Veteres geometras recentiores ingenii ubertate aequare.

3) Methodos in integralium definitorum evaluatione adhibitas passim ambagibus quas evitare licuit, laborare.

4) Causam efficientem non servire causae finali, sed effectum harmonicum causae efficientis esse proprium.

5) Imputationem metaphysice non dari.

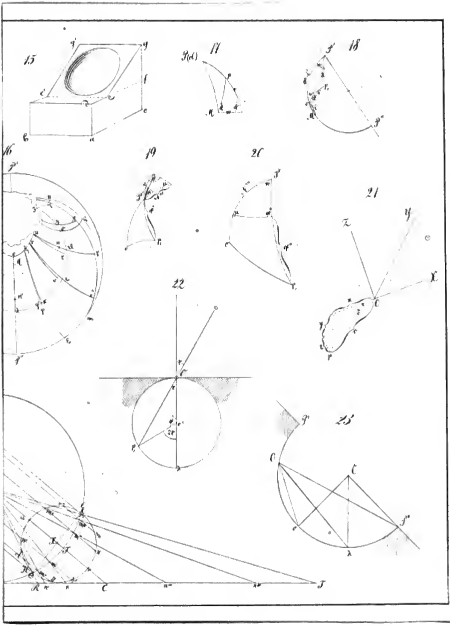
6) Cognitionem philosophicam adhuc in infantia versari.

7) Ideas innatas Cartesii non esse categorias.

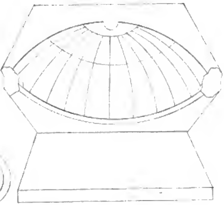
8) Cyanum et ammoniacum corpora chemica esse prae ceteris notatu digna.

9) Statum aggregationis corporum aerium primigenium esse.

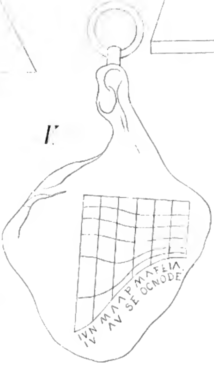
10) Dialogum, qui inscribitur Euthyphro et vulgo Platonis esse censetur, non esse genuinum.


15
17
18
16
19
20
21
22
23

I.



V.

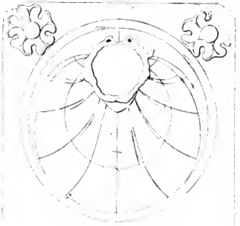


VI.



VIII

A



B

